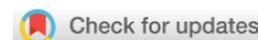
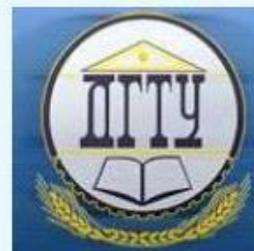


ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА COMPUTATIONAL MATHEMATICS



УДК 513.63

Научная статья

<https://doi.org/10.23947/2587-8999-2024-8-1-36-42>


Расчет нагрева композитного материала при воздействии на поверхность электронным пучком

В.А. Окишев ✉, Г.Г. Лазарева, В.А. Попов

Российский университет дружбы народов, г. Москва, Российская Федерация

✉ okishev-va@rudn.ru

Аннотация

Введение. Современные системы магнитного удержания плазмы используют вольфрам как контактирующий с плазмой материал. Под действием плазменного облучения высокой плотности мощности вольфрам растрескивается, происходит его интенсивная эрозия и эмиссия макрочастиц. Высокотемпературная керамика считается перспективным материалом для защитного покрытия плазменных компонентов, так как устойчива к термическим нагрузкам. Одним из возможных решений может быть покрытие из карбида бора, который имеет высокую температуру плавления.

Материалы и методы. В экспериментах на установке ВЕТА исследовалось воздействие электронного пучка на образцы прокатанного вольфрама и композита карбида бора и вольфрама. Тепло от пучка распространяется вглубь образцов, максимальная температура достигается в центре и снижается к краям. Область моделирования представляет собой поперечное сечение образцов, оптимальное для задачи с цилиндрической системой координат. Численная реализация основана на схеме стабилизирующей поправки и метода прогонки.

Результаты исследования. Представлена новая модель прогрева образца композита карбида бора и вольфрама при нагреве поверхности электронным пучком. Модель основана на решении уравнения теплопроводности в аксиально-симметричной постановке при постоянных значениях удельной теплоемкости, плотности, теплопроводности металлов.

Обсуждение и заключения. Проведен анализ модели нагрева композитного материала при нагреве поверхности электронным пучком при постоянных значениях плотности, теплопроводности и теплоемкости. Результаты моделирования востребованы для анализа результатов и при планировании экспериментов на стенде Beam of Electrons for materials Test Applications (ВЕТА), созданного в ИЯФ СО РАН.

Ключевые слова: Математическое моделирование, уравнение теплопроводности, карбид бора, вольфрам, импульсный нагрев, стенд ВЕТА

Финансирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00134. <https://rscf.ru/project/23-21-00134/>

Для цитирования. Окишев В.А., Лазарева Г.Г., Попов В.А. Расчет нагрева композитного материала при нагреве поверхности электронным пучком. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2024;8(1):36–42. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2024-8-1-36-42>

Original article

Surface Heating Calculation of Composite Material Under the Influence of an Electron Beam on the Surface

Vasily A. Okishev ✉, Galina G. Lazareva, Vladimir A. Popov

RUDN University, Moscow, Russian Federation

✉ okishev-va@rudn.ru

Abstract

Introduction. Modern plasma magnetic confinement systems use tungsten as a material in contact with plasma. Under the influence of high-density plasma irradiation, tungsten undergoes cracking, intense erosion, and macro-particle emission. High-temperature ceramics are considered a promising material for protective coating of plasma components,

as they are resistant to thermal loads. One possible solution could be a boron carbide coating, which has a high melting temperature.

Materials and Methods. The impact of an electron beam on samples of rolled tungsten and boron carbide and tungsten composite was studied in experiments on the BETA setup. The heat from the beam propagates into the samples, with the maximum temperature reached at the center and decreasing towards the edges. The modeling area represents a cross-section of the samples, optimal for a task with a cylindrical coordinate system. The numerical implementation is based on the correction scheme and the marching method.

Results. A new model of heating the boron carbide and tungsten composite sample under the influence of surface heating by an electron beam is presented. The model is based on solving the heat conduction equation in an axially symmetric setup with constant values of specific heat capacity, density, and thermal conductivity of metals.

Discussion and Conclusions. An analysis of the model of heating the composite material under the influence of surface heating by an electron beam at constant values of density, thermal conductivity, and specific heat capacity has been conducted. The modeling results are in demand for analyzing experimental results and planning experiments at the Beam of Electrons for Materials Test Applications (BETA) facility, created at the Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS.

Keywords: Mathematical modelling, heat equation, boron carbide, tungsten, pulse heating, BETA facility

Funding information. The study was supported by the Russian Science Foundation grant no. 23-21-00134, <https://rscf.ru/project/23-21-00134/>

For citation. Okishev V.A. Lazareva G.G., Popov V.A. Surface Heating Calculation of Composite Material Under the Influence of an Electron Beam on the Surface. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2024;8(1):36–42. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2024-8-1-36-42>

Введение. Современные системы магнитного удержания плазмы предполагают наличие контакта периферийной плазмы со стенкой. В настоящее время в качестве контактирующего с плазмой материала дивертора ИТЭР (международный экспериментальный термоядерный реактор) и некоторых плазменных компонентов токамаков предполагается вольфрам. Исследования последних лет показали, что под действием плазменного облучения большой плотности мощности наблюдаются растрескивание вольфрама, интенсивная эрозия, эмиссия макроскопических частиц, оплавление при сравнительно низких температурах и другие процессы, способные, в конечном итоге, привести к ускоренному разрушению вольфрамовых тайлов дивертора ИТЭР [1–3]. Высокотемпературная керамика является перспективным альтернативным материалом на роль защитного покрытия плазменных компонентов. Одним из главных преимуществ керамики перед другими материалами в этом случае можно отметить высокую устойчивость к интенсивным термическим нагрузкам [4]. Чтобы защитить вольфрамовые пластины ИТЭР от воздействия плазмы и, таким образом, предотвратить развитие перечисленных процессов, можно использовать возобновляемое покрытие из карбида бора (В4С). Он имеет высокую температуру плавления (~3000 К), не подвергается химическому распылению, а физическое распыление значительно ниже, чем у графита и лишь незначительно увеличивается при температуре 1700К [5]. Также, по сравнению с графитом, карбид бора плохо удерживает водород [6].

Исследования, проводимые в ИЯФ СО РАН сосредоточены на изучении эрозии поверхности вольфрамового образца при воздействии лазерного импульса или электронного пучка. Эксперименты проводятся на стенде Beam of Electrons for materials Test Applications (BETA), созданном в ИЯФ СО РАН [1]. Проводилось [2] моделирование нагрева и плавления вольфрама на основе решения в области образца двухфазной задачи Стефана. Новизна и сложность решения задачи обусловлена необходимостью сформулировать нелинейные граничные условия, описывающие нагрев и испарение материала на его поверхности [7]. На основе расчета температуры проводятся работы [8] по определению тока в образце вольфрама и испаряемом веществе. Термотоки определяются из уравнений электродинамики с учетом электрического сопротивления и термоЭДС, рассчитанных через интеграл по энергии электронов. Ток рассматривается как возможный источник вращения вещества, который наблюдается в эксперименте.

Новое направление исследований в ИЯФ СО РАН состоит в изучении процесса нагрева образца композита карбида бора и вольфрама [4]. Натурные исследования сопровождаются вычислительным экспериментом. Практическая направленность работы требует, чтобы постановка модельной задачи как можно более точно соответствовала условиям эксперимента. Результаты расчетов итоговой модели будут использоваться для анализа данных, полученных на экспериментальном стенде BETA в ИЯФ СО РАН.

Материалы и методы. В экспериментах на установке BETA образцы прокатанного вольфрама [8] и композита карбида бора и вольфрама [4] подвергались воздействию осесимметричного электронного пучка. Электроны с энергией 80–90 кэВ нагревают материал в слое, который является тонким по сравнению с характерной глубиной нагрева материала. Тепло, поглощенное поверхностью, распространяется в материал. Образец имеет размеры 25 мм × 25 мм и типичную толщину 4 мм. Поскольку за такое короткое время образец нагревается на глубину нескольких сотен микрон, область моделирования представляла собой поперечное сечение образца: область 12 мм × 2 мм (рис. 1).

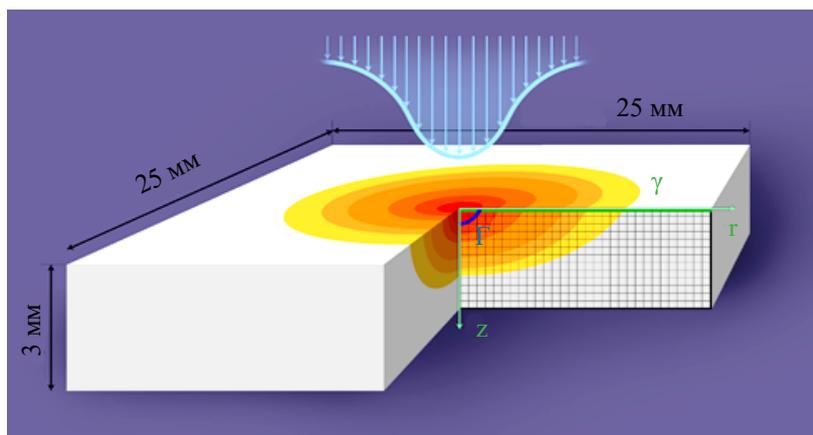


Рис. 1. Схема эксперимента

Процесс распространения тепла по поверхности и вглубь образца описывается уравнением теплопроводности в аксиально-симметричной постановке:

$$\begin{cases} c(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\lambda(T)\partial T}{\partial z}, \\ (n, \nabla T)|_{\gamma} = \frac{W(t, r)}{\lambda(T)}, (n, \nabla T)|_{\Omega-\gamma} = 0, T|_{t=0} = T_0, \end{cases} \quad (1)$$

где Ω — все границы образца; γ — нагреваемая поверхность; $T(t, r, z)$ — температура; $c(T)$ — удельная теплоемкость; $\rho(T)$ — плотность; $\lambda(T)$ — теплопроводность; $W(t, r)$ — плотность мощности на поверхности γ ; n — нормаль к поверхности; T_0 — температура в начальный момент времени.

Распределение мощности по поверхности теплового потока определяется как $W(t, r) = W_{\max}(t)\exp(-Ar^2)$. Здесь $A = \frac{1}{a^2} = 0,03088523 \text{ мм}^{-2}$ — константа, характеризующая радиус пучка a . Аксиально симметричная конфигурация теплового потока определяет оптимальную формулировку задачи в цилиндрической системе координат, поскольку распределение мощности теплового потока по поверхности имеет максимальные значения в центре образца и уменьшается пропорционально радиусу. Нагрев образца происходит в центре пластины и не достигает ее краев. Образец нагревается на глубину не более 1 мм. Решение задачи в поперечном сечении определяется важностью процесса прогрева материала вглубь образца. Основной вклад в решение вносит граничное условие на нагреваемой поверхности и параметры материала.

Введем равномерную прямоугольную сетку с узлами (i, k) : $i = 1 \dots N_r$, $k = 1 \dots N_z$ в двумерной области (r, z) : $r \in [r_0, r_{\max}]$, $z \in [z_0, z_{\max}]$, $r_0 = z_0 = 0$, $r_{\max} = 12 \text{ мм}$, $z_{\max} = 2 \text{ мм}$, причем, при $0 \leq z \leq 0,1 \text{ мм}$ находится слой карбида бора, а при $0,1 < z \leq 2 \text{ мм}$ — вольфрам. Определим узлы сетки с помощью сеточных функций:

$$\begin{aligned} t^n &= n\tau, \quad n = 1, \dots, T, \\ r_i &= ih, \quad i = 1, \dots, N_r, \\ z_k &= kh, \quad k = 1, \dots, N_z, \\ T_{ik}^n &= T(t^n, r_i, z_k), \\ W_i^n &= W_{\max}(t^n)\exp(-Ar_i^2). \end{aligned}$$

Введем разностные операторы

$$(\Lambda_{rr})_{ik}^n = \frac{1}{r_i h^2 c \rho} \left[r_{i+\frac{1}{2}} (T_{i+1k}^n - T_{ik}^n) - r_{i-\frac{1}{2}} (T_{ik}^n - T_{i-1k}^n) \right], \quad (2)$$

$$(\Lambda_{zz})_{ik}^n = \frac{\lambda}{c \rho h^2} (T_{ik}^n - T_{i-1k}^n),$$

$$f_{i+\frac{1}{2}j} = \frac{f_{ij} + f_{i+1j}}{2}, \quad f_{ij+\frac{1}{2}} = \frac{f_{ij} + f_{ij+1}}{2}.$$

Численная реализация задачи (1) основана на схеме стабилизирующей поправки [9] и метода прогонки:

$$\begin{cases} \frac{T_{ik}^{n+\frac{1}{2}} - T_{ik}^n}{\tau} = (\Lambda_{rr})_{ik}^{n+\frac{1}{2}} + (\Lambda_{zz})_{ik}^n, \\ \frac{T_{ik}^{n+1} - T_{ik}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau} = (\Lambda_{zz})_{ik}^{n+1} - (\Lambda_{zz})_{ik}^n. \end{cases} \quad (3)$$

Красевые условия:

$$\frac{T_{i,3}^{n+1} - 4T_{i,2}^{n+1} + 3T_{i,1}^{n+1}}{2h} = \frac{W_i^{n+1}}{\lambda},$$

$$\frac{T_{N_r-2,k}^{n+\frac{1}{2}} - 4T_{N_r,k}^{n+\frac{1}{2}} + 3T_{N_r-1,k}^{n+\frac{1}{2}}}{2h} = 0,$$

$$\frac{T_{i,N_z-2}^{n+1} - 4T_{i,N_z}^{n+1} + 3T_{i,N_z-1}^{n+1}}{2h} = 0.$$

Для проверки правильности алгоритма решена тестовая задача [10]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_0 u^\sigma \frac{\partial u}{\partial z} \right), & z > 0, t > 0, \\ u(z,0) = 0, u(0,t) = u_0 t^{\frac{1}{\sigma}}, \end{cases} \quad (4)$$

где $u_0 = \left(\frac{\sigma c^2}{k_0} \right)^{\frac{1}{\sigma}}$, $k_0 = 0,5$, $\sigma = 2$, $c = 1$ и точное решение:

$$u_{\text{exact}}(z,t) = \begin{cases} \left(\frac{\sigma c}{k_0} (ct - z) \right)^{\frac{1}{\sigma}}, & \text{при } z \leq ct, \\ 0, & \text{при } z > ct. \end{cases}$$

Решим задачу при $x \in [0,1]$ и на интервале времени $t \in [0, 0,5]$. На рис. 2 представлено решение задачи (4) в разные моменты времени, на рис. 3 показан график зависимости относительной погрешности ϵ от шага сетки h .

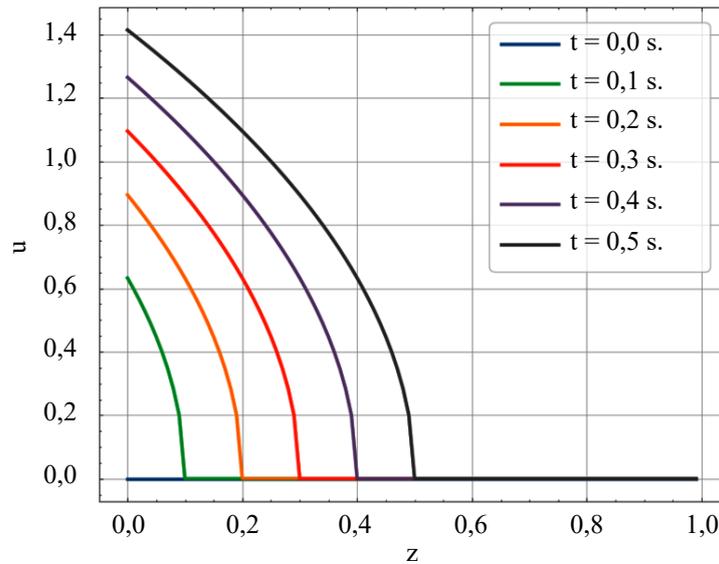


Рис. 2. Решение задачи (4) в разные моменты времени

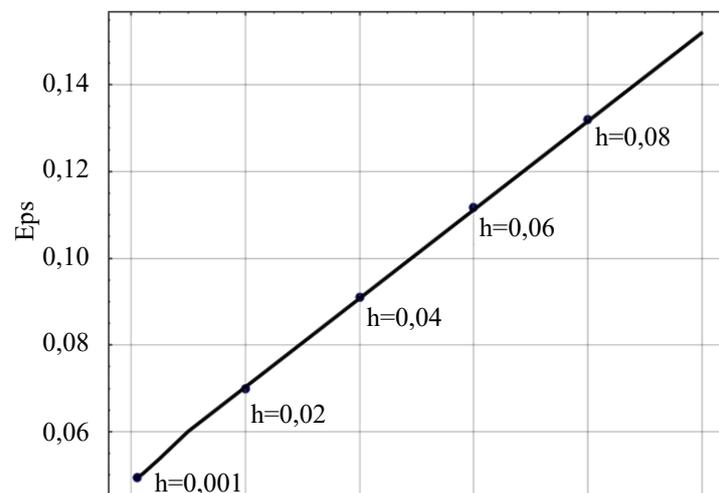


Рис. 3. График зависимости относительной погрешности от шага сетки

Результаты исследования. Рассмотрим численное решение задачи (1) для случая постоянных коэффициентов (таблица 1).

Таблица 1

Характеристики карбида бора и вольфрама, использованные при расчетах

Единицы измерения	Вольфрам	Карбид бора
$c, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	148,34	2153,66
$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	19051,24	2509,06
$\lambda, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	119,55	20,79

Расчет проведен при $\tau = 0,01, h = 0,01$. Время расчета определялось температурой нагрева поверхности пластинки до 2000 К. Численные эксперименты показывают, что карбид бора, имея большую по сравнению с вольфрамом теплоемкость, сильнее нагревается, но из-за низкой теплопроводности замедляет распространение тепла вглубь.

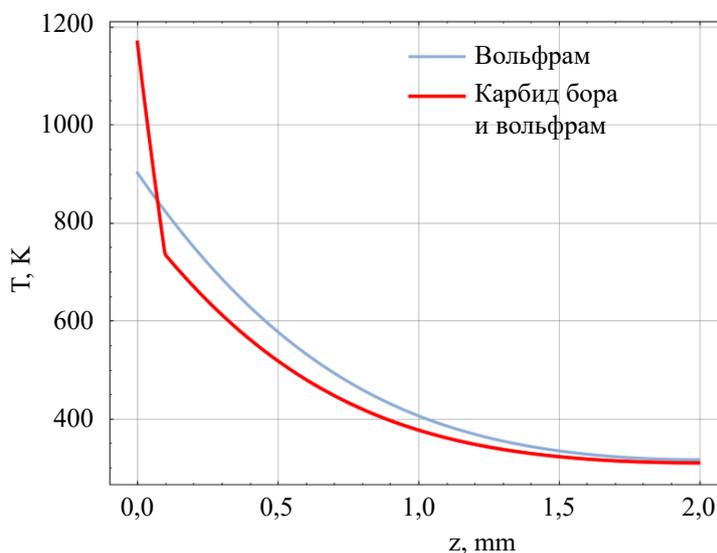


Рис. 4. Распределение температуры вглубь образца

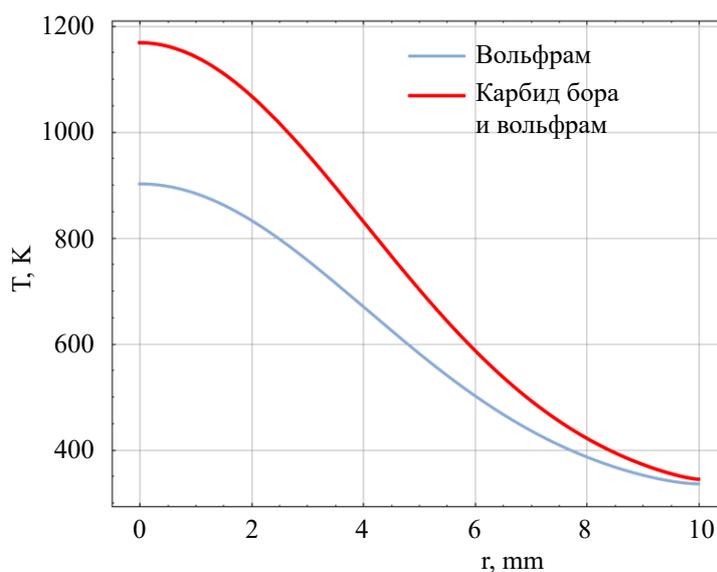


Рис. 5. Распределение температуры на поверхности образца

Таким образом, применение защитного покрытия из карбида бора позволяет уменьшить температуру, воздействующую на вольфрам, тем самым предотвращая нагрев материала до критических значений ($T > 800 \text{ К}$ [11, 12]), которые могут привести к растрескиванию.

Обсуждения и заключение. Проведен анализ модели нагрева композитного материала при нагреве электронным пучком при постоянных значениях плотности, теплопроводности и теплоемкости. Результаты проведенного моделирования показывают, что карбид бора, имея большую по сравнению с вольфрамом теплоемкость, сильнее нагревается, но из-за небольшой теплопроводности замедляет распространение тепла вглубь.

Список литературы

1. Vyacheslavov L., Arakcheev A., Burdakov A., Kandaurov I., Kasatov A., Kurkuchekov V., et al. Novel electron beam based test facility for observation of dynamics of tungsten erosion under intense ELM-like heat loads. *AIP Conference Proceedings*. 2016;1771:060004.
2. Arakcheev A.S., Apushkinskaya D.E., Kandaurov I.V., Kasatov A.A., Kurkuchekov V.V., Lazareva G.G., et al. Two-dimensional numerical simulation of tungsten melting under pulsed electron beam. *Fusion Engineering and Design*. 2018;132:13–17.
3. Lazareva G.G., Arakcheev A.S., Vasilyev A.A., Maksimova A.G. Numerical simulation of tungsten melting under fusion reactor-relevant high-power pulsed heating. *Smart Innovation, Systems and Technologies*. 2019;133:41–51.
4. Cherepanov D., Vyacheslavov L., Popov V., Ryzhkov G.A., Kasatov A.A., Vasilyev A., et al. In situ study of thermal shock damage to high-temperature ceramics. *Nuclear Materials and Energy*. 2023;36:101495. <https://doi.org/10.1016/j.nme.2023.101495>
5. Молодец А.М., Голышев А.А., Шилов Г.В. Плавление ударно-сжатого карбида бора. *Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2020;111(12):838–845.
6. Azizov E.A., Airapetov A., Begrambekov L., Buzhinsky O.I., Vergazov S., Grunin Andrey, et al. Combined device used for boron carbide coating deposition and material testing under high intensity plasma heat loads. *Problems of Atomic Science and Technology, Ser. Thermonuclear Fusion*. 2014;37:30–38. <https://doi.org/10.21517/0202-3822-2014-37-4-30-38>
7. Lazareva G.G., Arakcheev A.S., Popov V.A. Mathematical modeling of melting tungsten exposed to pulsed laser beam. *Dokl. Math*. 2023;107(1):83–87.
8. Lazareva G.G., Popov V.A. Effect of Temperature Distribution on the Calculation of the Thermal Current in the Mathematical Model of Pulsed Heating of a Tungsten. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2023;44(10):4449–4460. <https://doi.org/10.1134/S199508022310027X>
9. Яненко Н.Н. *Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики*. Новосибирск; 1967. 96 с.
10. Tikhonov A.N., Samarsky A.A. *The Equations of Mathematical Physics*. Science. Moscow; 1972. 800 p.
11. Arakcheev A.S., Skovorodin D.I., Burdakov A.V., Shoshin A.A., Polosatkin S.V., Vasilyev A.A., et al. Calculation of cracking under pulsed heat loads in tungsten manufactured according to ITER specifications. *Journal of Nuclear Materials*. 2015;467:165–171. <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2015.09.034>
12. Changjun Li, Dahuan Zhu, Xiangbin Li, Baoguo Wang, Junling Chen, Thermal-stress analysis on the crack formation of tungsten during fusion relevant transient heat loads. *Nuclear Materials and Energy*. 2017;13:68–73. <https://doi.org/10.1016/j.nme.2017.06.008>

References

1. Vyacheslavov L., Arakcheev A., Burdakov A., Kandaurov I., Kasatov A., Kurkuchekov V., et al. Novel electron beam based test facility for observation of dynamics of tungsten erosion under intense ELM-like heat loads. *AIP Conference Proceedings*. 2016;1771:060004.
2. Arakcheev A.S., Apushkinskaya D.E., Kandaurov I.V., Kasatov A.A., Kurkuchekov V.V., Lazareva G.G., et al. Two-dimensional numerical simulation of tungsten melting under pulsed electron beam. *Fusion Engineering and Design*. 2018;132:13–17.
3. Lazareva G.G., Arakcheev A.S., Vasilyev A.A., Maksimova A.G. Numerical simulation of tungsten melting under fusion reactor-relevant high-power pulsed heating. *Smart Innovation, Systems and Technologies*. 2019;133:41–51.
4. Cherepanov D., Vyacheslavov L., Popov V., Ryzhkov G.A., Kasatov A.A., Vasilyev A., et al. In situ study of thermal shock damage to high-temperature ceramics. *Nuclear Materials and Energy*. 2023;36:101495. <https://doi.org/10.1016/j.nme.2023.101495>
5. Molodets A.M., Golyshev, A.A., Shilov G.V. Melting of impact-compressed boron carbide. *Letters to the Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2020;111(12):838–845. (in Russ.).
6. Azizov E.A., Airapetov A., Begrambekov L., Buzhinsky O.I., Vergazov S., Grunin Andrey, et al. Combined device used for boron carbide coating deposition and material testing under high intensity plasma heat loads. *Problems of Atomic Science and Technology, Ser. Thermonuclear Fusion*. 2014;37:30–38. <https://doi.org/10.21517/0202-3822-2014-37-4-30-38>
7. Lazareva G.G., Arakcheev A.S., Popov V.A. Mathematical modeling of melting tungsten exposed to pulsed laser beam. *Dokl. Math*. 2023;107(1):83–87.
8. Lazareva G.G., Popov V.A. Effect of Temperature Distribution on the Calculation of the Thermal Current in the Mathematical Model of Pulsed Heating of a Tungsten. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2023;44(10):4449–4460. <https://doi.org/10.1134/S199508022310027X>

9. Yanenko N.N. *The method of fractional steps for solving multidimensional problems of mathematical physics*. Novosibirsk; 1967. 96 p. (in Russ.).
10. Tikhonov A.N., Samarsky A.A. *The Equations of Mathematical Physics*. Science. Moscow; 1972. 800 p.
11. Arakcheev A.S., Skovorodin D.I., Burdakov A.V., Shoshin A.A., Polosatkin S.V., Vasilyev A.A., et al. Calculation of cracking under pulsed heat loads in tungsten manufactured according to ITER specifications. *Journal of Nuclear Materials*. 2015;467:165–171. <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2015.09.034>
12. Changjun Li, Dahuan Zhu, Xiangbin Li, Baoguo Wang, Junling Chen, Thermal-stress analysis on the crack formation of tungsten during fusion relevant transient heat loads. *Nuclear Materials and Energy*. 2017;13:68–73. <https://doi.org/10.1016/j.nme.2017.06.008>

Поступила в редакцию 26.02.2024

Поступила после рецензирования 12.03.2024

Принята к публикации 14.03.2024

Об авторах:

Окишев Василий Александрович, стажер-исследователь, Математический институт им. С.М. Никольского, Российский университет дружбы народов (РФ, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6), [ORCID, okishev-va@rudn.ru](https://orcid.org/okishev-va@rudn.ru)

Лазарева Галина Геннадьевна, член-корреспондент РАН, профессор, Математический институт им. С.М. Никольского, Российский университет дружбы народов (РФ, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6), lazareva-gg@rudn.ru

Попов Владимир Андреевич, младший научный сотрудник, Математический институт им. С.М. Никольского, Российский университет дружбы народов (РФ, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6), popov-vlan@rudn.ru

Заявленный вклад соавторов:

В.А. Окишев — разработка математической модели, разработка алгоритма, расчеты, анализ результатов, визуализация данных.

Г.Г. Лазарева — обсуждение результатов.

В.А. Попов — постановка задачи.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Received 26.02.2024

Received 12.03.2024

Accepted 14.03.2024

About the Authors:

Vasily A. Okishev, Research Intern, S.M. Nikol'skii Mathematical Institute, RUDN University (6, Miklukho-Maklaya St. Moscow, 117198, RF), [ORCID, okishev-va@rudn.ru](https://orcid.org/okishev-va@rudn.ru)

Galina G. Lazareva, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Professor, S.M. Nikol'skii Mathematical Institute, RUDN University (6, Miklukho-Maklaya St. Moscow, 117198, RF), lazareva-gg@rudn.ru

Vladimir A. Popov, Junior Research Fellow, S.M. Nikol'skii Mathematical Institute, RUDN University (6, Miklukho-Maklaya St. Moscow, 117198, RF), popov-vlan@rudn.ru

Contributions of the co-authors:

V.A. Okishev — mathematical model development, algorithm development, calculations, results analysis, data visualization.

G.G. Lazareva — results discussion.

V.A. Popov — problem formulation.

Conflict of interest statement

The authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.