

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MATHEMATICAL MODELLING



УДК 519.6

Оригинальное эмпирическое исследование

<https://doi.org/10.23947/2587-8999-2025-9-4-38-45>


Математическое моделирование подъема взвеси ветровыми порывами

В.В. Сидорякина , А.Е. Чистяков

Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

✉ cvv9@mail.ru

Аннотация

Введение. Изучение процесса подъема взвеси (например, частиц пыли, песка, почвы и др.) ветровыми порывами в приземном слое направлено на фундаментальное понимание механизмов ветровой эрозии, возникновения пыльных бурь, переноса загрязняющих веществ и др. Эта область научных исследований имеет важное практическое значение для борьбы с опустыниванием, эрозией, засухой, а также для повышения урожайности и сохранения природных экосистем. Прогнозирование данных процессов позволяет оценивать и своевременно реагировать на негативные эффекты, связанные с данными процессами. Цель настоящей работы — предложить и реализовать математическую модель, которая позволит проводить численные эксперименты с различными сценариями подъема взвеси ветровыми порывами.

Материалы и методы. В работе представлена непрерывная математическая модель движения многокомпонентной воздушной среды в приземном слое атмосферы, которая учитывает такие факторы, как турбулентное перемешивание, переменную плотность, силу Архимеда, тангенциальное напряжение на границах раздела сред и др. Отличительной особенностью математической модели является присутствие в воздушной среде частиц взвеси (их состава и агрегатного состояния), а также влияние техногенных факторов — источников взвеси. Подход, основанный на математическом моделировании, призван обеспечить универсальность численной реализации.

Результаты исследования. Математическая модель реализована в виде комплекса программ. Проведены численные эксперименты, моделирующие подъем взвеси ветровыми порывами в расчетных областях.

Обсуждение. Результаты данной работы могут быть востребованы для широкого круга задач, связанных с охраной здоровья человека, экологической безопасностью и планированием природопользования в засушливых и степных регионах страны.

Заключение. Дальнейшие исследования авторов могут быть направлены на моделирование движения воздушного потока, содержащего пыль, для природных ландшафтов, содержащих лесонасаждения.

Ключевые слова: ветровой порыв, взвешенное вещество, турбулентное перемешивание, аэродинамика, математическая модель, численный эксперимент

Финансирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22–11–00295–П. <https://rscf.ru/project/22-11-00295/>

Для цитирования. Сидорякина В.В., Чистяков А.Е. Математическое моделирование подъема взвеси ветровыми порывами. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2025; 9(4):38–45. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2025-9-4-38-45>

Original Empirical Research

Mathematical Modelling of Suspension Uplift by Wind Gusts

Valentina V. Sidoryakina , Alexander E. Chistyakov

Don State Technical University, 1, Gagarin Square, Rostov-on-Don, Russian Federation

✉ cvv9@mail.ru

Abstract

Introduction. The study of suspension uplift processes (e. g., particles of dust, sand, soil, etc.) by wind gusts in the surface layer is aimed at fundamentally understanding the mechanisms of wind erosion, dust storm formation, pollutant transport, and related phenomena. This area of scientific research has significant practical importance for combating desertification,

erosion, drought, as well as for increasing crop yields and preserving natural ecosystems. Predicting these processes allows for the assessment and timely response to negative effects associated with them. The objective of this work is to propose and implement a mathematical model that enables numerical experiments with various scenarios of suspension uplift by wind gusts.

Materials and Methods. The paper presents a continuous mathematical model of multicomponent air medium motion in the atmospheric surface layer. The model accounts for factors such as turbulent mixing, variable density, Archimedes' force, tangential stress at media interfaces, etc. A distinctive feature of the mathematical model is the presence of suspension particles (their composition and aggregate state) in the air medium, as well as the influence of anthropogenic factors — suspension sources. The approach based on mathematical modelling aims to ensure the universality of the numerical implementation.

Results. The mathematical model has been implemented as a software package. Numerical experiments simulating the uplift of suspension by wind gusts in computational domains have been conducted.

Discussion. The results of this work can be in demand for a wide range of tasks related to human health protection, environmental safety, and land-use planning in arid and steppe regions of the country.

Conclusion. Further research by the authors may be directed towards modelling the movement of dust-laden air flows for natural landscapes containing forest plantations.

Keywords: wind gust, suspended matter, turbulent mixing, aerodynamics, mathematical model, numerical experiment

Funding. The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 22–11–00295–П. <https://rscf.ru/en/project/22-11-00295/>

For Citation. Sidoryakina V.V., Chistyakov A.E. Mathematical Modelling of Suspension Uplift by Wind Gusts. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2025;9(4):38–45. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2025-9-4-38-45>

Введение. Подъем пыли, песка и других взвешенных частиц в нижних слоях атмосферы ветровыми порывами представляет собой сложный физический процесс, который зависит от силы ветра (особенно порывов), турбулентности атмосферы, физических характеристик частиц, шероховатости и влажности почвы, наличия растительного покрова и др. Достигая критической (пороговой) скорости ветер может «подхватывать» пыле-песчаные частицы и частицы мелкозема и переносить их на большие расстояния, тем самым разрушая верхний плодородный слой почвы и вызывая ветровую эрозию. Одно из ярких проявлений ветровой эрозии связывают с образованием пыльных бурь. Пыльные бури совместно с сильными ветрами на юге России (преимущественно в Ростовской, Волгоградской и Астраханской областях, Краснодарском и Ставропольском краях), вызваны сочетанием следующих факторов: сильная жара, которая высушивает почву; усиление ветров до 12–15 м/с, которые поднимают и переносят частицы пыли и песка; огромные массивы распаханых земель, не укрытых растительностью. Сезонно пылевые бури приходят в начале весны и в начале осени (наибольшая их интенсивность наблюдается во второй половине года, приходящейся на сентябрь и октябрь), что связано с малым количеством атмосферных осадков, потерей почвой влаги и высокой степенью распаханности земель. Главной и долгосрочной причиной является исчезновение защитных лесополос, которые могли бы сдерживать ветер, а также приток горячих воздушных масс из соседних пустынных регионов, таких как Калмыкия. Здесь в зонах с полупустынными и пустынными ландшафтами создаются условия для переноса пыле-песчаного и аэрозольного материала в соседние регионы. Масштаб и цикличность данных явлений выросли в последние годы. В связи с этим приобретает актуальность прогнозирование процессов движения воздушных масс, содержащих частицы пыли и мелкодисперсного песка, выявление областей с высоким риском ветровой эрозии. В связи с этим интересен и полезен опыт российских и зарубежных исследователей и их команд, применявших как фундаментальные физические модели (Эйлера-Лагранжа, дискретной фазы — DPM), так и современные программные комплексы (ANSYS Fluent, COMSOL и др.) [1–5]. Подавляющее большинство исследований фокусируется на конкретных регионах и территориях, что связано со специфическими метеорологическими условиями, локальными данными о рельефе и типе почв, уникальными источниками пыли и др. Для Юга России исследования, посвященные данной тематике, отражены в работах ученых Южного математического института Владикавказского научного центра РАН, Южного федерального университета, Донского государственного технического университета и др. [6–10]. Авторами предложена к рассмотрению математическая модель, которая позволит проводить численные эксперименты с различными сценариями движения воздушного потока, содержащего пыль. В работе сделан акцент на моделировании турбулентности воздушного потока, обусловленной структурой ветра, способствующей подъему с земной поверхности частиц взвешенного вещества и являющегося основной причиной образования пыльных бурь. Математическая модель реализована в виде комплекса программ. Проведены численные эксперименты, моделирующие ветровые порывы в нижних слоях атмосферы с подъемом и переносом взвеси восходящими турбулентными потоками в расчетных областях.

Материалы и методы

Математическая модель распространения взвеси в приземном слое атмосферы. Авторами рассматривается комплексная математическая модель, описывающая процессы движения воздушной среды и распространения в ней взвеси, включающая [9, 10]:

– модель движения многокомпонентной воздушной среды (определяет поле скоростей воздушной среды), учитывающая турбулентный обмен, переменную плотность, зависимость плотности воздушной среды от давления;

– модель распространения взвеси в воздушной среде, учитывающая переход воды из жидкого в газообразное состояние и наоборот, транспорт вещества;

– модель расчета давления, учитывающая сжимаемость среды, источники взвеси, связанные с переходом воды из жидкого состояния в газообразное и обратно, а также турбулентное перемешивание многокомпонентной воздушной среды.

Сформулируем уравнения модели движения многокомпонентной воздушной среды в системе координат $Ox_1x_2x_3$:

– уравнение движения (уравнение Навье-Стокса):

$$\frac{dv_j}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \text{div}(\mu \text{grad}(v_j)) - g_i; \quad (1)$$

– уравнение транспорта вещества:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = \text{div}(\mu \text{grad}(\rho)) + I_p; \quad (2)$$

– уравнение состояния:

$$P = \sum_i \frac{\rho_i}{M_i} RT; \quad (3)$$

– уравнение транспорта примеси:

$$\frac{d\phi_i}{dt} = \text{div}(\mu \text{grad}(\phi_i)) + I_\phi; \quad (4)$$

– уравнение модели турбулентности:

$$v_{SGS} = (C_s \Delta)^2 S. \quad (5)$$

В уравнениях (1–5) использованы следующие обозначения: t — временная переменная; v_j ($j = 1, 2, 3$) — компоненты вектора скорости воздушной среды \vec{v} ; p — давление; μ — коэффициент турбулентного обмена; ρ — плотность воздушной среды; ρ_i — плотность i -ой фазы ($i = 0$ — воздух, 1 — вода в газообразном состоянии, 2 — газ на источнике, 3 — вода в жидком состоянии, 4 — сажа); ϕ_i — объемные доли i -ой фазы; g_i — ускорение свободного падения, соответствующее i -ой фазе; I — функция, описывающая распределение и мощность источников взвесей; R — универсальная газовая постоянная, M — молярная масса, T — температура газовой фазы.

С целью упрощения вычислительных расчетов для дискретных аналогов уравнений модели, осуществляется переход от 3D к 2D уравнениям. Рассмотрим 3D уравнение диффузии-конвекции-реакции:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(\rho v_2)}{\partial x_2} + \frac{\partial(\rho v_3)}{\partial x_3} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\mu \frac{\partial \rho}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\mu \frac{\partial \rho}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\mu \frac{\partial \rho}{\partial x_3} \right) + I_p. \quad (6)$$

Уравнение (6) дополняется соответствующими граничными условиями [9].

В результате преобразований получим:

$$\varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon \rho v_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(\varepsilon \rho v_3)}{\partial x_3} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\mu \varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\mu \varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial x_3} \right) - \frac{\tau}{\rho} \Big|_{x_2(a)}^{x_2(b)} + \varepsilon I_p, \quad (7)$$

где ε — параметр, описывающий относительную величину объема расчетной области, свободной от растений.

Двумерная математическая модель аэродинамики приземного слоя атмосферы. Пусть далее $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, а для компонент вектора скорости воздушной среды \vec{v} — $v_1 = u$, $v_2 = v$, $v_3 = w$.

Рассмотрим основные уравнения динамики воздушной среды:

– система уравнений Навье-Стокса:

$$\begin{aligned} \varepsilon u'_t + \varepsilon u u'_x + \varepsilon v u'_y + \varepsilon w u'_z &= -\frac{1}{\rho} (\varepsilon P)'_x + (\mu \varepsilon u'_x)'_x + (\mu \varepsilon u'_z)'_z + \varepsilon f_x, \\ \varepsilon w'_t + \varepsilon u w'_x + \varepsilon v w'_y + \varepsilon w w'_z &= -\frac{1}{\rho} (\varepsilon P)'_z + (\mu \varepsilon v'_x)'_x + (\mu \varepsilon w'_z)'_z + \varepsilon f_z; \end{aligned} \quad (8)$$

– уравнение неразрывности:

$$\varepsilon \rho'_t + (\varepsilon \rho u)'_x + (\varepsilon \rho w)'_z = (\varepsilon \mu \rho'_x)'_x + (\varepsilon \mu \rho'_z)'_z + \varepsilon I_p; \quad (9)$$

– уравнение состояния:

$$P = \sum_i \frac{\rho_i}{M_i} RT, \quad (10)$$

где ε — параметр, описывающий относительную величину объема моделируемой области, свободной от растений.

Предположив, что воздушная среда находится в состоянии покоя, начальные условия будут иметь вид:

$$u = 0, w = 0, P = P_a,$$

где $\vec{v} = \{u, w\}$, P_a — атмосферное давление.

Система уравнений (9), (10) рассматривается при следующих граничных условиях:

– на непроницаемой границе:

$$\rho_w \eta u'_n = \tau_{x,b}(t), \rho_w \eta v'_n = \tau_{z,b}(t), \bar{V}_n = 0, P'_n = 0, P''_n = 0;$$

– на боковых проницаемых границах:

$$u'_n = 0, w'_n = 0, P'_n = 0;$$

– на источнике:

$$u = U, w = W, P'_n = 0,$$

где P — давление; U, W — компоненты вектора скорости на источнике; τ_x, τ_z — составляющие касательного тангенциального напряжения.

Схемы расщепления по физическим процессам для решения задач аэродинамики. Согласно методу поправки к давлению, исходная модель гидродинамики разбивается на три подзадачи [11–14].

Первая подзадача представлена уравнением диффузии-конвекции-реакции, на основе которого рассчитываются компоненты поля скорости на промежуточном слое по времени:

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\tilde{u} - u}{h_t} + u \varepsilon \bar{u}'_x + w \varepsilon \bar{u}'_z &= (\mu \varepsilon \bar{u}'_x)'_x + (\mu \varepsilon \bar{u}'_z)'_z, \\ \varepsilon \frac{\tilde{w} - w}{h_t} + u \varepsilon \bar{w}'_x + w \varepsilon \bar{w}'_z &= (\mu \varepsilon \bar{w}'_x)'_x + (\mu \varepsilon \bar{w}'_z)'_z. \end{aligned} \quad (11)$$

Для аппроксимации по временной переменной уравнения диффузии-конвекции-реакции использованы схемы с весами. Здесь $\bar{u} = \sigma \tilde{u} + (1 - \sigma)u$; $\sigma \in [0, 1]$ — вес схемы.

Опишем граничные условия системы (11):

– на непроницаемой границе:

$$\rho_w \eta u'_n = \tau_{x,b}(t), \rho_w \eta v'_n = \tau_{z,b}(t);$$

– на боковых проницаемых границах:

$$u'_n = 0, w'_n = 0;$$

– на источнике:

$$u = U, w = W, P'_n = 0.$$

Вторая подзадача позволяет рассчитать распределение давлений

$$(\varepsilon P'_x)'_x + (\varepsilon P'_z)'_z = \varepsilon \frac{\hat{P} - P}{h_t^2} + \frac{(\bar{\rho} \varepsilon \tilde{u})'_x}{h_t} + \frac{(\bar{\rho} \varepsilon \tilde{w})'_z}{h_t}$$

или

$$\varepsilon \frac{\hat{P} - P}{h_t} + (\varepsilon \bar{P} \tilde{u})'_x + (\varepsilon \bar{P} \tilde{w})'_z = k h_t \left((\varepsilon \bar{P}'_x)'_x + (\varepsilon \bar{P}'_z)'_z \right), \quad k = \frac{RT}{M}. \quad (12)$$

Третья подзадача позволяет по явным формулам определить распределение скоростей на верхнем временном слое

$$\varepsilon \frac{\hat{u} - \tilde{u}}{h_t} = -\frac{1}{\rho} (\varepsilon \bar{P})'_x, \quad \varepsilon \frac{\hat{w} - \tilde{w}}{h_t} = -\frac{1}{\rho} (\varepsilon \bar{P})'_z, \quad (13)$$

где h_t — шаг по временной координате; u — значение поля скорости на предыдущем слое по времени; \tilde{u} — значение поля скорости на промежуточном слое по времени; \hat{u} — на текущем слое по времени.

Умножим систему уравнений (13) на произведение $h_t \rho$ и продифференцируем по переменным x, y, z соответственно, в результате чего получим

$$(\varepsilon \rho \hat{u})'_x = (\varepsilon \rho \tilde{u})'_x - \varepsilon h_t P''_{xx}, \quad (\varepsilon \rho \hat{w})'_z = (\varepsilon \rho \tilde{w})'_z - \varepsilon h_t P''_{zz}. \quad (14)$$

Используем выражения (14) для преобразования уравнения (9). Получим:

$$\varepsilon \rho'_t + (\varepsilon \rho \tilde{u})'_x - \varepsilon h_t P''_{xx} + (\varepsilon \rho \tilde{w})'_z - \varepsilon h_t P''_{zz} = (\varepsilon \mu \rho'_x)'_x + (\varepsilon \mu \rho'_z)'_z + \varepsilon I_p. \quad (15)$$

С учетом уравнения состояния выражение (15) примет вид:

$$\varepsilon \frac{\rho}{P} \frac{\partial P}{\partial t} = \varepsilon h_t P''_{xx} + \varepsilon h_t P''_{zz} - (\varepsilon \rho \tilde{u})'_x - (\varepsilon \rho \tilde{w})'_z + (\varepsilon \mu \rho'_x)'_x + (\varepsilon \mu \rho'_z)'_z + \varepsilon I_p. \quad (16)$$

На основе уравнения (16) вычисляется поле давлений. Следует отметить, что при расчете давления учитываются сжимаемость среды, тепловое расширение, источники вещества, связанные с переходом воды из жидкого состояния в газообразное и обратно, а также турбулентное перемешивание многокомпонентной воздушной среды.

Построение разностных схем, аппроксимирующих рассматриваемые уравнения (16), выполнено на гидродинамических сетках методами, описанными в работах [15, 16] и в данной статье не приводится.

Результаты исследования. На основе построенных алгоритмов был создан комплекс программ, предназначенный для численного моделирования подъема взвеси ветровыми порывами для многокомпонентной воздушной среды. Проведён ряд численных экспериментов.

На рис. 1 и 2 приведены результаты численного эксперимента по моделированию движения воздушной среды при порывах ветра. Модельная область имеет размеры 30 м×50 м. Исходными данными являются: плотность воздушной среды 1,29 кг/м³; атмосферное давление 100 кПа; скорость ветрового порыва 10 м/с, направление ветра — слева направо. При решении задачи использованы расчетные сетки с шагом 10 метров по каждому координатному направлению. Шаг по временной переменной равен 0,1 с, расчетный временной интервал составлял 100 с.

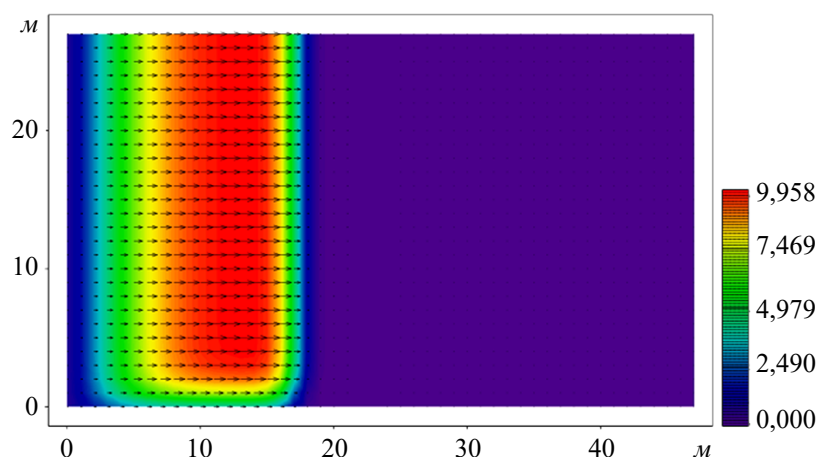


Рис. 1. Изображение начального момента моделирования при расчете скорости движения воздушной среды. Горизонтальное сечение

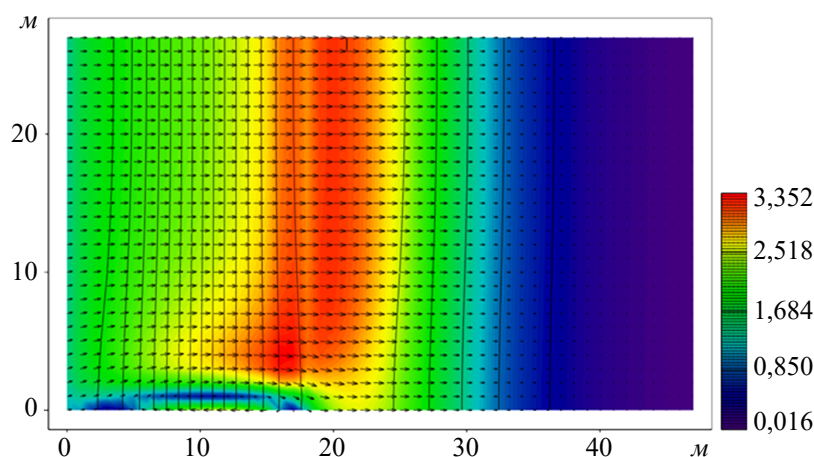


Рис. 2. Результат моделирования скорости движения воздушной среды. Горизонтальное сечение

На рис. 1 и 2 интенсивность движения воздушной среды в м/с представлена в соответствии с цветовой палитрой. Рис. 2 демонстрирует наличие вихря в левой нижней его части, что может быть связано с движением потока с разной скоростью на границе между слоями воздуха, а также с рельефом местности (часто возникают вихревые потоки из-за «отталкивания» воздушных масс от поверхности). Вихревой характер течений атмосферы наблюдается вблизи поверхности и постепенно уменьшается с высотой. Это приводит к образованию устойчивого градиента плотности. Воздушный поток в приземном слое становится устойчиво-стратифицированным и вихри ослабевают. В результате скорость потока увеличивается.

Далее представим результаты моделирования подъема взвеси при ветровых порывах. Исходными данными являются: плотность воздушной среды 1,29 кг/м³; плотность выброса 1,4 кг/м³; температура окружающей среды 20 °С; скорость течения воздушной среды 10 м/с; удельная мощность выброса 5 л/с. При решении модельной задачи были использованы расчетные сетки размерами 30 м × 50 м. Шаги по пространственным переменным равны 1 м, ско-

рость движения воздушной среды на левой границе задавалась равной 1 м/с. Для решения модельной задачи применены схемы с весами, при этом вес схемы задавался равным 0,5. Шаг по временной переменной равен 0,1 с, расчетный временной интервал составлял 10 с.

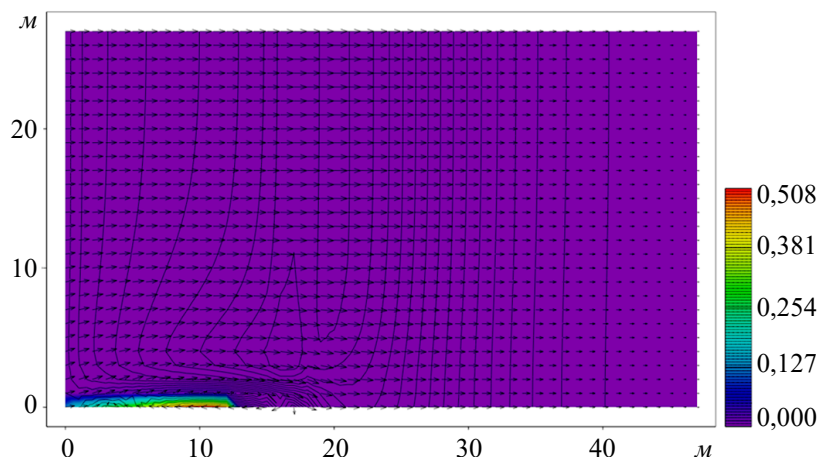


Рис. 3. Изображение начального момента моделирования при расчете концентрации взвешенных веществ

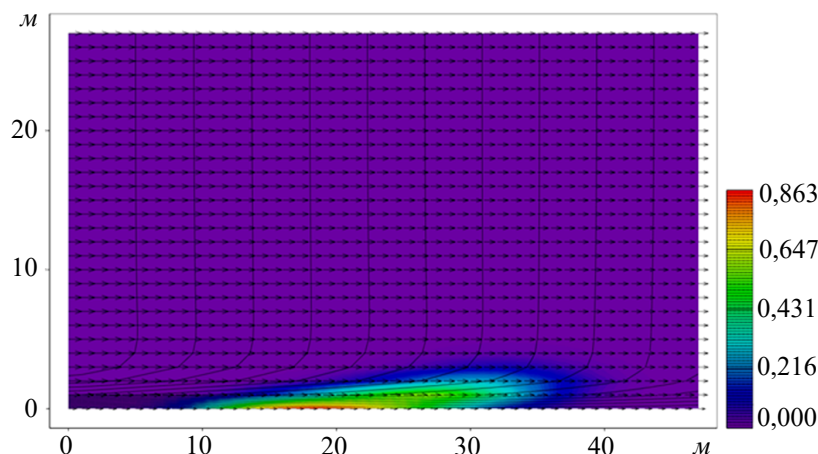


Рис. 4. Результаты моделирования при расчете концентрации взвешенных веществ спустя 10 с после момента начала моделирования

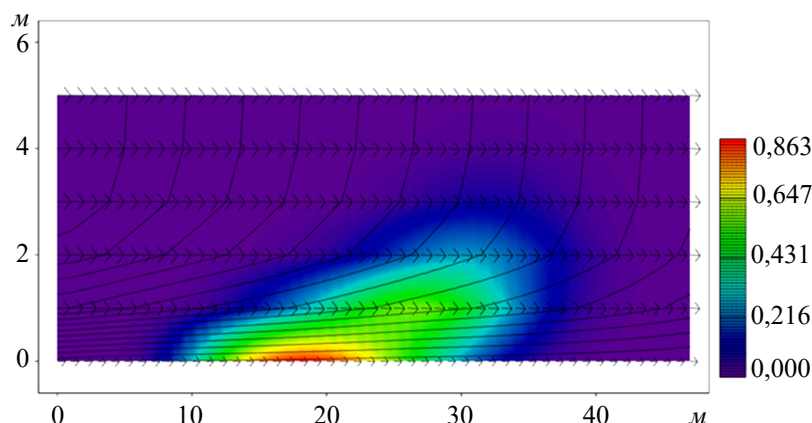


Рис. 5. Результаты моделирования при расчете концентрации взвешенных веществ спустя 10 с после начала моделирования — укрупнение зоны распространения вещества

Цветовой палитрой на рис. 3–5 показана концентрация взвешенного вещества в приземном слое атмосферы. Результаты моделирования демонстрируют распространение примеси в направлении движения воздушной среды на десятки метров; подъем примеси произошел более чем на 5 м.

Обсуждение. Результаты данной работы могут быть востребованы для широкого круга задач, связанных с охраной здоровья человека, экологической безопасностью и планированием природопользования в засушливых и степных регионах страны.

Заключение. Дальнейшие исследования авторов могут быть направлены на моделирование движения воздушного потока, содержащего пыль, для природных ландшафтов, содержащих лесонасаждения.

Список литературы / References

1. Zhou X.H., Brandle J.R., Takle E.S., Mize C.W. Estimation of the three-dimensional aerodynamic structure of a green ash shelterbelt. *Agricultural and Forest Meteorology*. 2002;111(2):93–108. [https://doi.org/10.1016/S0168-1923\(02\)00017-5](https://doi.org/10.1016/S0168-1923(02)00017-5)
2. Bannister E.J., MacKenzie A.R., Cai X.-M. Realistic Forests and the Modeling of Forest-Atmosphere Exchange. *Reviews of Geophysics*. 2022;60(1):e2021RG000746. <https://doi.org/10.1029/2021RG000746>
3. Xu X., Yi C., Kutter E. Stably stratified canopy flow in complex terrain. *Atmospheric Chemistry and Physics*. 2015;15(13):7457–7470. <https://doi.org/10.5194/acp-15-7457-2015>
4. Yan C., Miao S., Liu Y., Cui G. Multiscale modeling of the atmospheric environment over a forest canopy. *Science China Earth Sciences*. 2020;63:875–890. <https://doi.org/10.1007/s11430-019-9525-6>
5. Zeng P., Takahashi H. A first-order closure model for the wind flow within and above vegetation canopies. *Agricultural and Forest Meteorology*. 2000;103(3):301–313. [https://doi.org/10.1016/S0168-1923\(00\)00133-7](https://doi.org/10.1016/S0168-1923(00)00133-7)
6. Сухинов А.И., Проценко Е.А., Чистяков А.Е., Шретер С.А. Сравнение вычислительных эффективностей явной и неявной схем для задачи транспорта наносов в прибрежных водных системах. В: *Труды международной научной конференции «Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2015)»*. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ; 2015. С. 297–307.
7. Sukhinov A.I., Protsenko E.A., Chistyakov A.E., Shreter S.A. Comparison of computational efficiencies of explicit and implicit schemes for the problem of sediment transport in coastal water systems. In: *Parallel computing technologies (PaVT'2015). Proceedings of the international scientific conference* (Ekaterinburg, March 31 – April 2, 2015). Editors: L.B. Sokolinsky, K.S. Pan. Chelyabinsk: Publishing center of SUSU, 2015. pp. 297–307. (In Russ.)
8. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко Е.А. Двумерная гидродинамическая модель, учитывающая динамическое перестроение геометрии дна мелководного водоема. *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2011;8(121):159–167.
9. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A. Two-dimensional hydrodynamic model taking into account the dynamic restructuring of the bottom geometry of a shallow reservoir. *Bulletin of SFedU. Engineering sciences*. 2011;8(121):159–167. (In Russ.)
10. Каменецкий Е.С., Радионов А.А., Тимченко В.Ю., Панаэтова О.С. Математическое моделирование распространения пыли от хвостохранилища в Алагирском ущелье РСО-Алания. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023;7(4):22–29. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-7-4-22-29>
11. Kamenetsky E.S., Radionoff A.A., Timchenko V.Yu., Panaetova O.S. Mathematical Modelling of Dust Transfer from the Tailings in the Alagir Gorge of the RNO-Alania. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023;7(4):22–29. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-7-4-22-29>
12. Сухинов А.И., Хачунц Д.С., Чистяков А.Е. Математическая модель распространения примеси в приземном слое атмосферы прибрежной зоны и ее программная реализация. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2015;55(7):1238–1254. <https://doi.org/10.7868/S0044466915070121>
13. Sukhinov A.I., Khachunts D.S., Chistyakov A.E. A mathematical model of pollutant propagation in near-ground atmospheric layer of a coastal region and its software implementation. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2015;55(7):1216–1231. <https://doi.org/10.1134/S096554251507012X>
14. Белова Ю.В., Проценко Е.А., Атаян А.М., Курская И.А. Моделирование прибрежной аэродинамики с учетом лесных насаждений. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2018;2(2):91–105. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2018-2-2-91-105>
15. Belova Yu.V., Protsenko E.A., Atayan A.M., Kurskaya I.A. Simulation of coastal aerodynamics taking into account forest plantations. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2018;2(2):91–105. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2018-2-2-91-105>
16. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Sidoryakina V.V. Parallel solution of sediment and suspension transportation problems on the basis of explicit schemes. *Communications in Computer and Information Science*. 2018;910:306–321. https://doi.org/10.1007/978-3-319-99673-8_22
17. Сидорякина В.В., Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко Е.А., Проценко С.В. Параллельные алгоритмы решения задачи динамики изменения рельефа дна в прибрежных системах. *Вычислительные методы и программирование*. 2020;21(3):196–206. <https://doi.org/10.26089/NumMet.v21r318>
18. Sidoryakina V.V., Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A., Protsenko S.V. Parallel algorithms for solving the problem of bottom relief change dynamics in coastal systems. *Computational Methods and Programming*. 2020;21(3):196–206. (In Russ.) <https://doi.org/10.26089/NumMet.v21r318>
19. Сухинов А.И., Сидорякина В.В. Построение и исследование корректности математической модели транспорта и осаждения взвесей с учетом изменения рельефа дна. *Вестник Донского государственного технического*

университета. 2018;18(4):350–361. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-350-361>

Sukhinov A.I., Sidoryakina V.V. Development and correctness analysis of the mathematical model of transport and suspension sedimentation depending on bottom relief variation. *Vestnik of Don State Technical University*. 2018;18(4):350–361. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-350-361>

14. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Сидорякина В.В., Проценко С.В., Атаян А.М. Локально-двумерные схемы расщепления для параллельного решения трехмерной задачи транспорта взвешенного вещества. *Математическая физика и компьютерное моделирование*. 2021;24(2):38–53. <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.2.4>

Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Sidoryakina V.V., Protsenko S.V., Atayan A.M. Locally two-dimensional splitting schemes for parallel solving of the three-dimensional problem of suspended substance transport. *Mathematical Physics and Computer Simulation*. 2021;24(2):38–53. (In Russ.) <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.2.4>

15. Сидорякина В.В., Сухинов А.И. Построение и исследование близости решений в L2 двух краевых задач для модели переноса многокомпонентных взвесей в прибрежных системах. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2023;63(10):1721–1732. <https://doi.org/10.1134/S0965542523100111>

Sidoryakina V.V., Sukhinov A.I. Construction and analysis of the proximity of solutions in L2 for two boundary problems in the model of multicomponent suspension transport in coastal systems. *Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2023;63(10):1721–1732. (In Russ.) <https://doi.org/10.1134/S0965542523100111>

16. Литвинов В.Н., Чистяков А.Е., Никитина А.В., Атаян А.М., Кузнецова И.Ю. Математическое моделирование гидродинамических процессов Азовского моря на многопроцессорной вычислительной системе. *Компьютерные исследования и моделирование*. 2024;16(3):647–672. <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2024-16-3-647-672>

Litvinov V.N., Chistyakov A.E., Nikitina A.V., Atayan A.M., Kuznetsova I.Yu. Mathematical modeling of hydrodynamics problems of the Azov Sea on a multiprocessor computer system. *Computer Research and Modeling*. 2024;16(3):647–672. (In Russ.) <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2024-16-3-647-672>

Об авторах:

Валентина Владимировна Сидорякина, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедры математики и информатики Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), [SPIN-код](#), [ResearcherID](#), [MathSciNet](#), [ScopusID](#), cvv9@mail.ru

Чистяков Александр Евгеньевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), [SPIN-код](#), [ResearcherID](#), [MathSciNet](#), [ScopusID](#), cheese_05@mail.ru

Заявленный вклад авторов:

В.В. Сидорякина: формулировка достигнутых результатов и описание их значимости, оформление материала статьи.

А.Е. Чистяков: общее научное руководство; постановка задачи; формулировка идей исследования, целей и задач, разработка методологии, получение расчетных формул и проведение численного эксперимента.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Valentina V. Sidoryakina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematics and Informatics, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), [ResearcherID](#), [MathSciNet](#), [ScopusID](#), cvv9@mail.ru

Alexander E. Chistyakov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of Software for Computer Engineering and Automated Systems, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), [ResearcherID](#), [MathSciNet](#), [ScopusID](#), cheese_05@mail.ru

Contributions of the authors:

V.V. Sidoryakina: formulation of the results and description of their significance, article design.

A.E. Chistyakov: general scientific supervision; problem statement; formulation of research ideas, goals, and objectives; methodology development; derivation of calculation formulas; and numerical experiment execution.

Conflict of Interest Statement: the authors declare no conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 29.10.2025

Поступила после рецензирования / Reviewed 14.11.2025

Принята к публикации / Accepted 15.12.2025