

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MATHEMATICAL MODELLING



УДК 532.517:551.46

Оригинальное эмпирическое исследование

<https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-2-31-45>


Численное исследование гидродинамических нагрузок на корпус судна при волнении в мелководных условиях

А.И. Сухинов¹ , С.В. Проценко^{1,2} , Н.Д. Панасенко¹ , Е.А. Проценко² ¹ Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация² Таганрогский институт имени А.П. Чехова (филиал) РГЭУ (РИНХ), г. Таганрог, Российская Федерация rab55555@rambler.ru

Аннотация

Введение. Гидродинамическое воздействие волн на корпус судна в условиях мелководья представляет собой одну из ключевых проблем современной морской гидродинамики, поскольку ограниченная глубина приводит к усилению волнового воздействия, смещению резонансных частот и росту амплитуд колебаний, что существенно увеличивает силовые нагрузки на корпус.

Материалы и методы. Численное моделирование выполнено с использованием программного комплекса *ANSYS Aqwa* в рамках линейной потенциальной теории течений. Реализован комбинированный подход, включающий расчёты в частотной области с определением операторов амплитудно-частотных характеристик (*RAO*) и последующее моделирование во временной области для нерегулярного волнения на основе спектра *JONSWAP*. Рассмотрены различные глубины воды, параметры волн (значительная высота, пиковый период) и углы волнения.

Результаты исследования. Установлено, что уменьшение глубины приводит к увеличению амплитуды вертикальных перемещений корпуса до 40 % и смещению резонансных частот в область длинных волн. Показано, что максимальные гидродинамические нагрузки реализуются при волнении с траверза, тогда как при кормовых углах существенную роль играет килевая качка, определяющая перераспределение нагрузок по длине корпуса. Получены количественные оценки давления и интегральных сил, действующих на корпус, а также выявлены критические сочетания параметров волн и глубины.

Обсуждение. Показано, что формирование экстремальных нагрузок определяется не только высотой волн, но и их спектральными характеристиками, в первую очередь совпадением пикового периода с собственными частотами колебаний судна. Установлена существенная роль мелководного эффекта в усилении гидродинамического отклика и изменении структуры волнового поля вблизи корпуса.

Заключение. Полученные результаты расширяют представления о гидродинамике судов в мелководных условиях и могут быть использованы при проектировании судов, выборе эксплуатационных режимов и разработке систем поддержки принятия решений для обеспечения безопасности судоходства.

Ключевые слова: гидродинамические нагрузки, мелководье, волновое воздействие, *RAO*, спектр *JONSWAP*, численное моделирование, *ANSYS Aqwa*

Финансирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22–11–00295–П, <https://rscf.ru/en/project/22-11-00295-PI/>

Для цитирования. Сухинов А.И., Проценко С.В., Панасенко Н.Д., Проценко Е.А. Численное исследование гидродинамических нагрузок на корпус судна при волнении в мелководных условиях. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(2):31–45. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-2-31-45>

Numerical Study of Wave-Induced Hydrodynamic Loads on a Ship Hull in Shallow Water Conditions

Alexander I. Sukhinov¹ , Sofia V. Protsenko^{1,2}  , Natalya D. Panasenko¹ , Elena A. Protsenko² 

¹ Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

² Taganrog Institute named after A.P. Chekhov (branch of Rostov State University of Economics), Taganrog, Russian Federation

 rab55555@rambler.ru

Abstract

Introduction. The hydrodynamic impact of waves on a ship hull in shallow water represents one of the key challenges in modern marine hydrodynamics. Limited water depth leads to amplification of wave action, a shift of resonance frequencies, and an increase in motion amplitudes, which significantly intensifies the loads acting on the hull.

Materials and Methods. Numerical simulations were performed using the ANSYS Aqwa software package within the framework of linear potential flow theory. A hybrid approach was implemented, combining frequency-domain analysis for determining Response Amplitude Operators (RAO) and subsequent time-domain simulations of irregular waves based on the JONSWAP spectrum. Various water depths, wave parameters (significant wave height and peak period), and wave incidence angles were considered.

Results. It was found that a decrease in water depth results in an increase in vertical motion amplitudes of up to 40% and a shift of resonance frequencies toward longer waves. Maximum hydrodynamic loads occur under beam wave conditions, whereas for following wave directions, pitch motion plays a significant role in redistributing loads along the hull. Quantitative estimates of pressure distribution and integral forces acting on the hull were obtained, and critical combinations of wave parameters and water depth were identified.

Discussion. It is shown that the formation of extreme loads is governed not only by wave height but also by spectral characteristics, primarily the coincidence of the peak wave period with the natural frequencies of ship motions. The significant role of shallow-water effects in amplifying the hydrodynamic response and altering the structure of the wave field near the hull is demonstrated.

Conclusion. The results expand current understanding of ship hydrodynamics in shallow water and can be applied in ship design, selection of operational regimes, and development of decision-support systems to ensure navigation safety under complex environmental conditions.

Keywords: hydrodynamic loads, shallow water, wave-structure interaction, RAO, JONSWAP spectrum, numerical simulation, ANSYS Aqwa

Funding. The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 22–11–00295–II, <https://rscf.ru/en/project/22-11-00295-II/>

For Citation. Sukhinov A.I., Protsenko S.V., Panasenko N.D., Protsenko E.A. Numerical Study of Wave-Induced Hydrodynamic Loads on a Ship Hull in Shallow Water Conditions. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(2):31–45. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-2-31-45>

Введение. Гидродинамическое воздействие волн на корпус судна является одним из ключевых факторов, определяющих его эксплуатационную надежность, долговечность конструкций и безопасность плавания [1, 2]. В мелководных акваториях характер взаимодействия волн с судном существенно отличается от глубоководных условий: ограниченная глубина приводит к трансформации волнового спектра, изменению кинематической структуры потока и усилению нелинейных эффектов, связанных с деформацией и перераспределением энергии волн [3–5]. В результате наблюдается смещение резонансных частот колебаний корпуса в область более длинных волн и увеличение амплитуд перемещений, что сопровождается ростом гидродинамических нагрузок.

Особую актуальность эти процессы приобретают для акваторий типа Азовского моря и его прибрежных зон, включая Таганрогский залив, где сочетание малых глубин, интенсивных ветровых воздействий и ограниченного разгона волн формирует специфические условия волнообразования [6, 7]. Для таких районов характерны короткопериодные, но крутые волны, а также значительные колебания уровня воды, усиливающие вариабельность гидродинамических нагрузок. В этих условиях традиционные инженерные оценки, основанные на упрощённых зависимостях, оказываются недостаточными для адекватного описания реального поведения судна.

Современные исследования гидродинамики судов развиваются в направлении использования численных методов, позволяющих учитывать сложную геометрию корпуса и широкий спектр волновых воздействий. Потенциальная теория течений, реализованная в специализированных программных комплексах, таких как *ANSYS Aqwa*, широко применяется для анализа дифракционных и радиационных задач, а также для расчёта операторов амплитудно-частотных характеристик (RAO) [8–10]. Проведённые в последние годы исследования показывают, что такие подходы обеспечивают удовлетворительную точность при сравнении с экспериментальными данными, особенно в области линейной гидродинамики и умеренных волновых воздействий [11–13].

Вместе с тем, значительная часть существующих работ сосредоточена либо на анализе отдельных характеристик движения судна, либо на оценке рисков навигационных происшествий, в то время как комплексное исследование силового воздействия волн на корпус с учётом мелководного эффекта, параметров волн и их направления остаётся недостаточно разработанным [14–16]. В частности, недостаточно изучено совместное влияние глубины воды, высоты и периода волн, а также угла их распространения на распределение гидродинамического давления и результирующих сил вдоль корпуса. Кроме того, ограничено количество работ, в которых частотный анализ (*RAO*) непосредственно связывается с временным моделированием нерегулярного волнения для получения реалистичных оценок нагрузок.

В настоящей работе предлагается численный подход к исследованию гидродинамических нагрузок волн на корпус судна в мелководных условиях, основанный на сочетании частотного и временного анализа. На первом этапе выполняется расчёт *RAO* для шести степеней свободы, что позволяет определить динамическую чувствительность судна к волновым воздействиям в широком диапазоне частот [12, 13]. На втором этапе реализуется моделирование во временной области с использованием спектрального описания волн, что обеспечивает получение статистически значимых характеристик перемещений и нагрузок [4, 17].

Научная новизна исследования заключается в комплексном учёте влияния глубины воды, параметров волн и угла волнения на гидродинамические нагрузки, а также в интеграции частотного и временного подходов для оценки силового воздействия волн в условиях мелководья. В отличие от большинства существующих работ, основной акцент сделан не только на кинематике движения судна, но и на количественной оценке нагрузок, действующих на корпус, и их изменчивости во времени.

Практическая значимость полученных результатов связана с возможностью их использования при проектировании судов, выборе эксплуатационных режимов и разработке рекомендаций по обеспечению безопасности судоходства в сложных гидрометеорологических условиях. Предложенный подход также может служить основой для дальнейших исследований, направленных на учёт нелинейных эффектов и взаимодействие с морфодинамикой дна в мелководных акваториях.

Материалы и методы

Постановка задачи. Рассматривается задача численного моделирования гидродинамического воздействия волн на корпус судна в условиях ограниченной глубины. Основной целью является количественная оценка амплитуд колебаний корпуса и распределения гидродинамических нагрузок при различных параметрах внешнего волнового воздействия [18, 19].

Движение судна описывается в рамках шести степеней свободы:

$$\mathbf{x}(t) = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5, \xi_6\},$$

где ξ_1, ξ_2, ξ_3 — поступательные или линейные перемещения центра масс судна (вперёд/назад, вбок, вверх/вниз), ξ_4, ξ_5, ξ_6 — угловые перемещения или вращения судна вокруг осей (крен, дифферент, рыскание) [11–13].

Волновое воздействие задаётся как суперпозиция гармонических компонент или в виде спектрального описания нерегулярного волнения. Требуется определить амплитудно-частотные характеристики (*RAO*), временные реализации перемещений корпуса, гидродинамические силы и моменты, интегральные нагрузки на корпус [20, 21].

Гидродинамическая модель. Моделирование основано на линейной потенциальной теории течений, предполагающей, что жидкость несжимаема, невязкая, движение безвихревое [1, 2, 22].

Скоростное поле описывается потенциалом скорости $\phi(\mathbf{x}, t)$ удовлетворяющим уравнению Лапласа:

$$\nabla^2 \phi = 0.$$

Потенциал представляется в виде суперпозиции:

$$\phi = \phi I + \phi D + \sum_{j=1}^6 \dot{\xi}_j \phi_{Rj},$$

где ϕI — потенциал падающей волны; ϕD — дифрагированный потенциал; ϕ_{Rj} — радиационные потенциалы, соответствующие движениям судна; $\dot{\xi}_j = \frac{d\xi_j}{dt}$ — скорость соответствующего перемещения или углового движения [2, 22].

Определим граничные условия на свободной поверхности (линеаризованное условие) следующим образом:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \text{ при } z = 0,$$

на корпусе судна (непроницаемость):

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{n},$$

на дне (ограниченная глубина):

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \text{ при } z = -h.$$

Граничные условия отражают физическую природу задачи: на свободной поверхности задаётся условие волнового движения под действием силы тяжести, на корпусе судна реализуется условие непроницаемости, а на дне — отсутствие вертикального потока, соответствующее ограниченной глубине акватории.

Уравнения движения судна. Динамика судна описывается системой уравнений в частотной области:

$$[-\omega^2 (\mathbf{M} + \mathbf{A}(\omega)) + i\omega \mathbf{B}(\omega) + \mathbf{C}] \xi(\omega) = \mathbf{F}(\omega),$$

где $\mathbf{M}$ — матрица масс; $\mathbf{A}(\omega)$ — матрица присоединённых масс; $\mathbf{B}(\omega)$ — матрица демпфирования; $\mathbf{C}$ — матрица гидростатической жёсткости; $\mathbf{F}(\omega)$ — вектор волновых сил [11–13, 23].

Оператор амплитудно-частотной характеристики определяется как

$$RAO_j(\omega) = \frac{\xi_j(\omega)}{\eta(\omega)},$$

где η — амплитуда волны.

Уравнение движения судна в частотной области отражает баланс между инерционными, демпфирующими и восстанавливающими силами, определяющими отклик судна на волновое воздействие.

Методика численного моделирования динамического отклика судна на волновое воздействие. Для моделирования нерегулярного волнения используется спектральное представление:

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{2S(\omega_n)\Delta\omega} \cos(\omega_n t + \varphi_n),$$

где $S(\omega_n)$ — спектральная плотность энергии волн; φ_n — случайные фазы [4, 17].

Движение судна определяется через свёртку RAO :

$$\xi_j(t) = \int_0^\infty RAO_j(\omega) \eta(\omega) e^{i\omega t} d\omega.$$

Нерегулярное волнение моделируется как суперпозиция гармонических компонент с различными частотами и случайными фазами на основе заданного энергетического спектра. Движение судна во временной области определяется посредством преобразования RAO , что позволяет учитывать частотно-зависимый отклик системы на волновое воздействие [20, 21]. Схема формирования динамического отклика представлена на рис. 1.

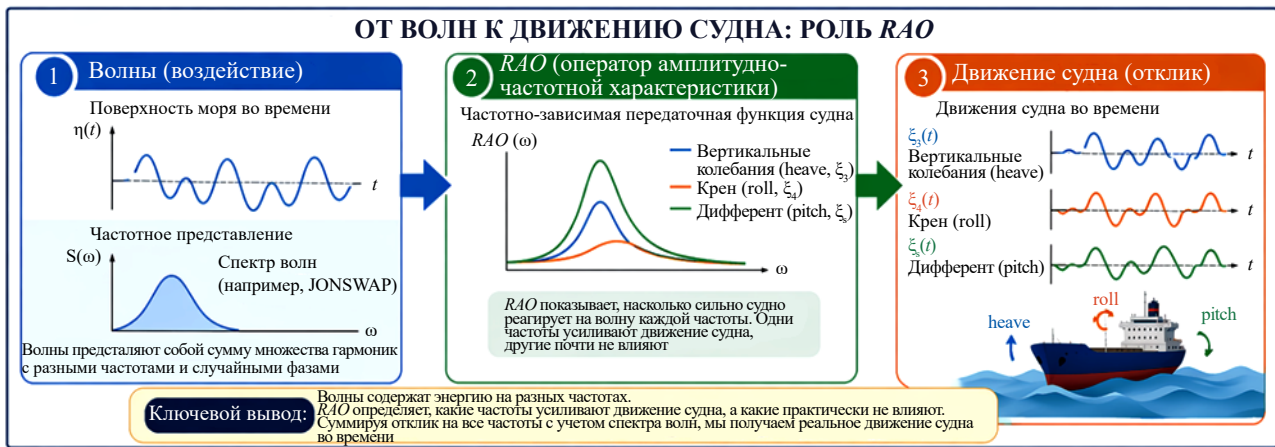


Рис. 1. Схема формирования динамического отклика судна на волновое воздействие (волны → RAO → движение судна)

Как продемонстрировано на рис. 1, динамический отклик судна формируется в результате последовательного преобразования волнового воздействия в частотный отклик системы (RAO) с последующим переходом к временным реализациям перемещений. Такая постановка позволяет напрямую связать спектральные характеристики волн с кинематикой движения корпуса и последующими нагрузками.

Спектральная модель волнения. Для описания нерегулярного волнения используется спектр $JONSWAP$:

$$S(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp\left(-\frac{5}{4} \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^4\right) \gamma \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_p)^2}{2\sigma^2 \omega_p^2}\right],$$

где $S(\omega)$ — спектр волнения, показывающий как энергия волн распределена по частотам; $\omega_p = \frac{2\pi}{T_p}$, γ — пик-фактор; $\sigma = 0,07$ или $0,09$ [4, 17].

Спектр $JONSWAP$ используется для описания нерегулярного волнения как распределения энергии по частотам с выраженным пиковым значением, соответствующим доминирующему периоду волн. Такая модель адекватно описывает развивающееся ветровое волнение в ограниченных акваториях.

Расчёт гидродинамических нагрузок. Давление на корпус определяется из нестационарного уравнения Бернулли:

$$p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \rho g z.$$

Интегральная сила:

$$F(t) = \int_S p n dS,$$

момент:

$$M(t) = \int_S \mathbf{r} \times (p \mathbf{n}) dS.$$

Гидродинамические нагрузки на корпус судна определяются на основе распределения давления, вычисляемого по нестационарному уравнению Бернулли [1, 2, 24]. Интегрирование давления по поверхности корпуса позволяет определить результирующие силы, а также моменты, обусловленные неравномерным распределением давления.

Численная реализация. Численная реализация задачи выполнена с использованием программного комплекса *ANSYS Aqwa*, предназначенного для решения задач дифракции и радиации волн в рамках линейной потенциальной теории течений [10, 15]. Расчёт гидродинамических характеристик судна основан на панельном методе, при котором подводная поверхность корпуса аппроксимируется системой конечного числа элементов, а решение сводится к определению распределения потенциала скорости на границе раздела «жидкость — твёрдое тело» [22, 25].

Применение данного подхода обусловлено его широким использованием в задачах морской гидродинамики и доказанной эффективностью при расчёте операторов амплитудно-частотных характеристик (*RAO*), присоединённых масс, коэффициентов демпфирования и волновых нагрузок [11–13, 25]. В отличие от полноценных *CFD*-моделей, панельный метод позволяет существенно снизить вычислительные затраты при сохранении адекватной точности в диапазоне малых и умеренных амплитуд волн, что соответствует принятой постановке задачи [8, 9].

Подводная часть корпуса дискретизировалась с использованием порядка 1500–2000 панелей, что соответствует рекомендациям для судов рассматриваемого класса [25]. Выбранная плотность сетки обеспечивает достаточную точность аппроксимации геометрии корпуса, включая носовую и кормовую оконечности, где наблюдаются наибольшие градиенты давления.

Качество панельной модели контролировалось по гидростатическим характеристикам: водоизмещению, положению центра величины и метацентрической высоте. Отклонения расчётных значений от проектных не превышали 1 %, что подтверждает корректность геометрической аппроксимации и пригодность модели для последующих гидродинамических расчётов.

Расчёты в частотной области выполнялись в диапазоне $0,1 \leq \omega \leq 2,0$ рад/с, что соответствует периодам волн порядка 3–60 с и полностью охватывает спектральный диапазон волнения, характерный для мелководных акваторий [17, 20]. Дискретизация частотного диапазона выполнялась с шагом $\Delta\omega = 0,05 - 0,10$ рад/с с дополнительным сгущением в области резонансных частот. Такой подход обеспечивает корректное воспроизведение пиков *RAO* и позволяет избежать искажений при переходе к временной области [11–13]. Расчёты проводились для углов волнения $\beta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ$, что позволяет охватить все характерные направления воздействия волн — от встречного до попутного. Это принципиально важно, поскольку отклик судна существенно зависит от угла набегающей волны [12, 14].

На основе полученных частотных характеристик выполнялось моделирование во временной области для нерегулярного волнения. Волновое поле формировалось с использованием спектра *JONSWAP*, описывающего распределение энергии волн по частотам для условий ограниченного разгона [4, 17]. Продолжительность расчёта составляла $T_{sim} = 1800$ с, что обеспечило получение статистически устойчивых временных рядов перемещений и нагрузок. Начальный переходный участок длительностью 200–300 с исключался из анализа. Шаг интегрирования принимался равным $\Delta t = 0,1 - 0,2$ с, что обеспечило корректное разрешение высокочастотных компонент волнения и устойчивость численной схемы [20, 21]. Выбор шага по времени обусловлен необходимостью точного воспроизведения пиковых значений перемещений и нагрузок, предотвращения численных осцилляций, обеспечения сходимости статистических характеристик. Проведённые тестовые расчёты показали, что выбранный диапазон Δt обеспечивает баланс между точностью и вычислительной эффективностью.

По результатам временного моделирования выполнялся статистический анализ временных рядов, включающий определение:

- максимальных и минимальных значений перемещений;
- экстремальных значений сил и моментов;
- среднеквадратических отклонений;
- вероятности достижения критических режимов [20, 21].

Особое внимание уделялось оценке экстремальных значений гидродинамических нагрузок, поскольку именно они определяют потенциальную опасность эксплуатации судна в условиях мелководья и штормового волнения.

Следует отметить, что используемая модель основана на линейной потенциальной теории течений и не учитывает ряд эффектов, которые могут быть значимы при экстремальных условиях, в частности:

- нелинейную трансформацию волн на малых глубинах;

- вязкостные эффекты и турбулентность;
- взаимодействие с переменной геометрией дна [8, 9, 26].

Тем не менее, для задач сравнительного анализа и оценки влияния основных факторов (глубины, параметров волн и угла волнения) выбранный подход является обоснованным и широко применяемым в инженерной практике [10, 25].

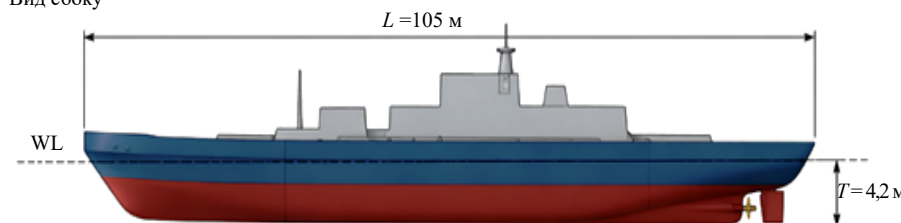
Геометрия и основные характеристики судна. В качестве расчетного объекта рассматривалось транспортное судно класса «река — море», предназначенное для эксплуатации в мелководных акваториях и прибрежных зонах, включая Азовское море и Таганрогский залив. Выбор данного типа судна обусловлен его характерными геометрическими и гидродинамическими особенностями, а также соответствием условиям ограниченной глубины, рассматриваемым в настоящей работе.

Судно относится к классу водоизмещающих однокорпусных судов с развитой подводной частью корпуса и выраженными носовой и кормовой оконечностями. Обводы корпуса характеризуются умеренной полнотой и плавным изменением формы вдоль длины, что обеспечивает типичное распределение гидродинамических нагрузок при волнении.

Основные геометрические характеристики судна приняты в следующем виде:

- длина между перпендикулярами $L = 105$ м;
- ширина $B = 16$ м;
- осадка $T = 4,2$ м;
- водоизмещение $\Delta \approx 4200$ т;
- коэффициент полноты $CB \approx 0,75$.

Вид сбоку



Вид сверху



Основные характеристики	Значение
Длина между перпендикулярами L	105 м
Ширина B	16 м
Осадка T	4,2 м
Водоизмещение Δ	≈ 4200 т
Коэффициент полноты C_B	$\approx 0,75$

Рис. 2. Геометрия и основные характеристики расчетного судна

Рассматриваемое судно представляет собой обобщенную геометрическую модель транспортного судна класса «река — море» (рис. 2).

Соотношение глубины акватории к осадке судна в расчетных сценариях составляет $h/T = 1,3 - 2,1$, что соответствует условиям ограниченной глубины и обеспечивает проявление выраженного мелководного эффекта. Подводная часть корпуса была аппроксимирована с использованием панельной дискретизации, включающей порядка 1500–2000 элементов. Такая детализация обеспечивает адекватное воспроизведение геометрии корпуса, включая области с наибольшими градиентами давления (носовая и кормовая оконечности), и соответствует рекомендациям для численного моделирования судов данного класса.

Выбранная геометрия является типичной для транспортных судов класса «река — море» и широко используется в задачах численного моделирования гидродинамических процессов в мелководных акваториях, что позволяет рассматривать полученные результаты как репрезентативные для данного типа судов [4, 5, 27].

Валидация численной модели. Для оценки достоверности результатов выполнена валидация численной модели на основе сопоставления полученных амплитудно-частотных характеристик (RAO) с опубликованными результатами численных и экспериментальных исследований.

В качестве эталонных данных использованы результаты работ, посвященных анализу динамического отклика судов в регулярном и нерегулярном волнении, полученные с применением как панельных методов, так и экспериментальных исследований моделей судов в бассейнах [11–13, 20].

Сравнение проводилось по следующим характеристикам:

- амплитудно-частотные характеристики вертикальных перемещений (*heave*);
- частоты резонансного отклика;
- уровни амплитуд RAO в области максимума.

Установлено, что полученные в работе значения RAO демонстрируют качественное и количественное согласование с литературными данными. В частности, диапазон резонансных частот (0,9–1,2 рад/с) и характер изменения амплитуд отклика при уменьшении глубины соответствуют ранее опубликованным результатам [11–13].

Отклонения амплитудных значений RAO в области резонансного пика не превышают 10–15 %, что соответствует типичному уровню расхождения между различными численными методами (панельные методы, *strip-theory*) и экспериментальными данными.

Дополнительно выполнено сопоставление интегральных гидродинамических нагрузок с результатами численных исследований, использующих временные методы моделирования отклика судна на нерегулярное волнение [20, 21]. Полученные зависимости максимальных нагрузок от глубины и параметров волнения демонстрируют аналогичные тенденции, включая:

- рост нагрузок при уменьшении глубины;
- смещение области максимальных значений в сторону более длинных волн;
- усиление отклика при траверзном волнении.

Таким образом, проведённое сравнение подтверждает корректность используемой численной модели и её применимость для анализа гидродинамических нагрузок на корпус судна в условиях мелководья.

Результаты исследования. Численные эксперименты были выполнены для серии расчетных сценариев, охватывающих диапазон глубин, характерный для судоходных каналов и прилегающей акватории Таганрогского залива в условиях нормального уровня, сгонных и нагонных явлений. В расчетах рассматривались глубины $h = 5,5, 7, 8, 9$ м, значительные высоты волн $H_s = 0,5–3,5$ м, пиковые периоды $T_p = 3,5–6$ с и углы волнения β от 0° до 180° .

Расчеты проводились в два этапа. На первом этапе выполнялся анализ в частотной области с определением операторов амплитудно-частотных характеристик (RAO) по шести степеням свободы [11–13]. На втором этапе результаты частотного анализа использовались для моделирования нерегулярного волнения во временной области и получения временных рядов вертикальных перемещений, угловых отклонений и интегральных гидродинамических нагрузок [20, 21].

Основное внимание уделялось вертикальным перемещениям корпуса, килевой и бортовой качке, а также вертикальной и поперечной составляющим волновых сил, поскольку именно они в наибольшей степени определяют интенсивность воздействия волн на корпус в условиях ограниченной глубины.

Результаты частотного анализа

Амплитудно-частотные характеристики по вертикальным перемещениям. Полученные RAO по вертикальным перемещениям показали выраженную зависимость от глубины воды и направления волнения. Для всех расчетных глубин наблюдается один доминирующий пик в диапазоне 0,95–1,15 рад/с, соответствующий основной области резонансного отклика корпуса по вертикальной качке.

Наиболее существенные изменения выявлены при переходе от глубины 9,0 м к 5,5 м. В этом случае максимум RAO по *heave* возрастает с 1,07 до 1,49 м/м, то есть примерно на 39 %. Одновременно частота пика смещается с 1,14 до 0,96 рад/с, что соответствует увеличению характерного периода отклика с 5,5 до 6,5 с. Такая тенденция хорошо согласуется с физикой мелководного эффекта: уменьшение глубины приводит к изменению присоединенных масс и гидростатического восстановления, вследствие чего собственные периоды колебаний системы возрастают [3–5, 19].

Таблица 1

Параметры RAO по вертикальным перемещениям при траверзном волнении ($\beta = 90^\circ$)

Глубина h , м	RAO_{heave}^{max} , мм	Частота пика ω_p , рад/с	Период T , с
9,0	1,07	1,14	5,51
8,0	1,14	1,09	5,76
7,0	1,23	1,03	6,10
5,5	1,49	0,96	6,54

Следует отметить, что рост отклика при уменьшении глубины носит нелинейно-ускоряющийся характер: переход от 9,0 к 8,0 м приводит к относительно умеренному изменению, тогда как в диапазоне 7,0–5,5 м увеличение амплитуд становится заметно более резким. Это указывает на приближение системы к режимам, в которых влияние мелководья становится определяющим.

На рис. 3 представлены амплитудно-частотные характеристики вертикальных перемещений судна при различных глубинах воды. Видно, что уменьшение глубины приводит к увеличению амплитуды отклика и смещению резонансной частоты в область более длинных волн, что отражает влияние мелководного эффекта на динамику системы.

Влияние угла волнения. Угол волнения оказывает различное влияние на разные степени свободы движения. Для вертикальных перемещений максимальные значения RAO наблюдаются при волнении с траверза и в области косого волнения $60^\circ–120^\circ$. Для килевой качки наибольший отклик, напротив, характерен для встречного и попутного волнения, когда волновое воздействие эффективно возбуждает продольную форму движения.

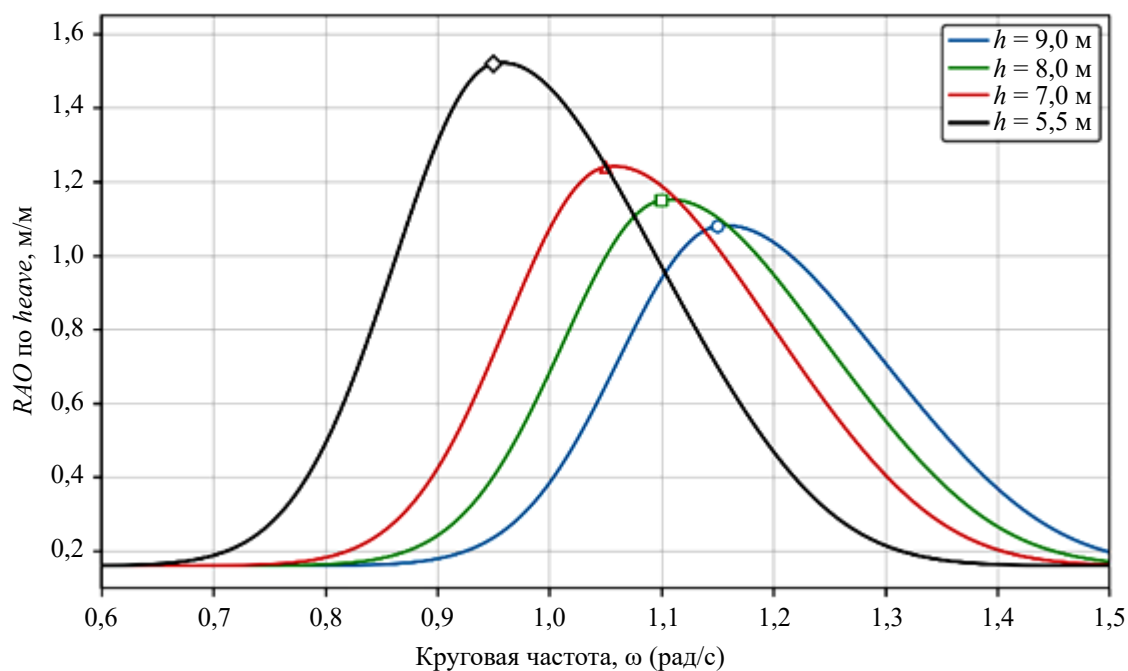


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики вертикальных перемещений судна (*heave*) при траверзном волнении ($\beta = 90^\circ$) для различных глубин воды

Таблица 2

Максимальные значения RAO при $h = 7$ м

Угол волнения $\beta, ^\circ$	RAO_{heave}^{max} , мм	RAO_{pitch}^{max} , град/м	RAO_{roll}^{max} , град/м
0	0,56	1,14	0,07
30	0,79	1,06	0,43
45	0,93	0,94	0,98
60	1,11	0,68	1,46
90	1,23	0,29	1,88
120	1,05	0,76	1,39
135	0,87	0,98	0,91
150	0,66	1,07	0,48
180	0,51	1,16	0,05

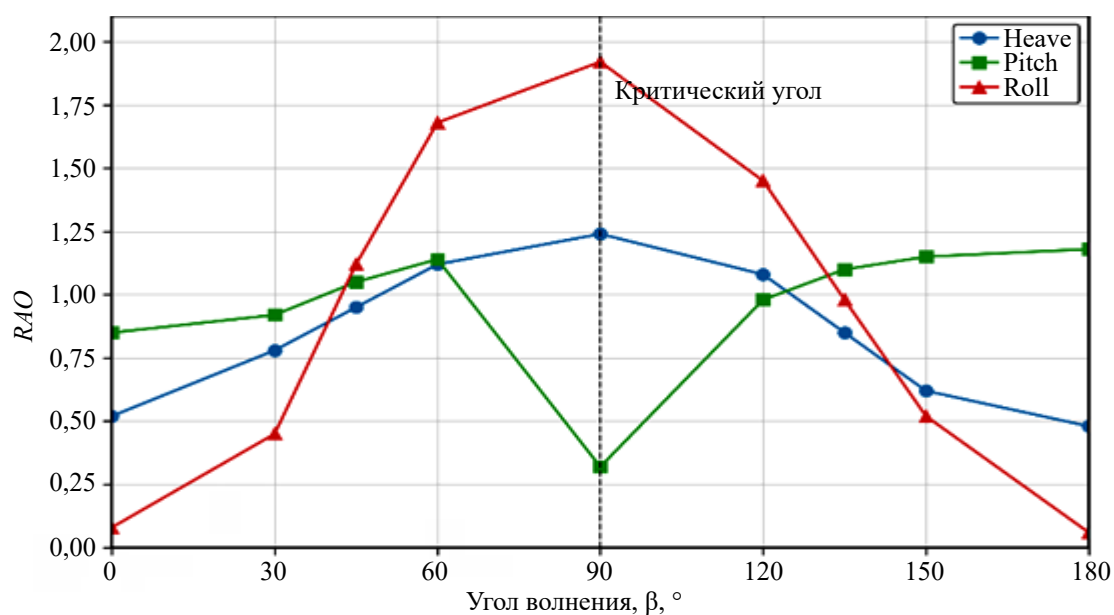


Рис. 4. Влияние угла волнения на амплитудно-частотные характеристики отклика судна по вертикальным перемещениям (*heave*), килевой (*pitch*) и бортовой (*roll*) качке

Как проиллюстрировано на рис. 4, угол волнения оказывает определяющее влияние на динамический отклик судна. Максимальные значения вертикальных перемещений (*heave*) и бортовой качки (*roll*) реализуются при волнении с траверза ($\beta = 90^\circ$), что соответствует наиболее неблагоприятному режиму воздействия. В то же время килевая качка (*pitch*) достигает максимума при кормовых углах волнения ($\beta = 150\text{--}180^\circ$). Полученные результаты подтверждают выраженную анизотропию динамического отклика и необходимость учета направления волнения при оценке гидродинамических нагрузок [12, 14].

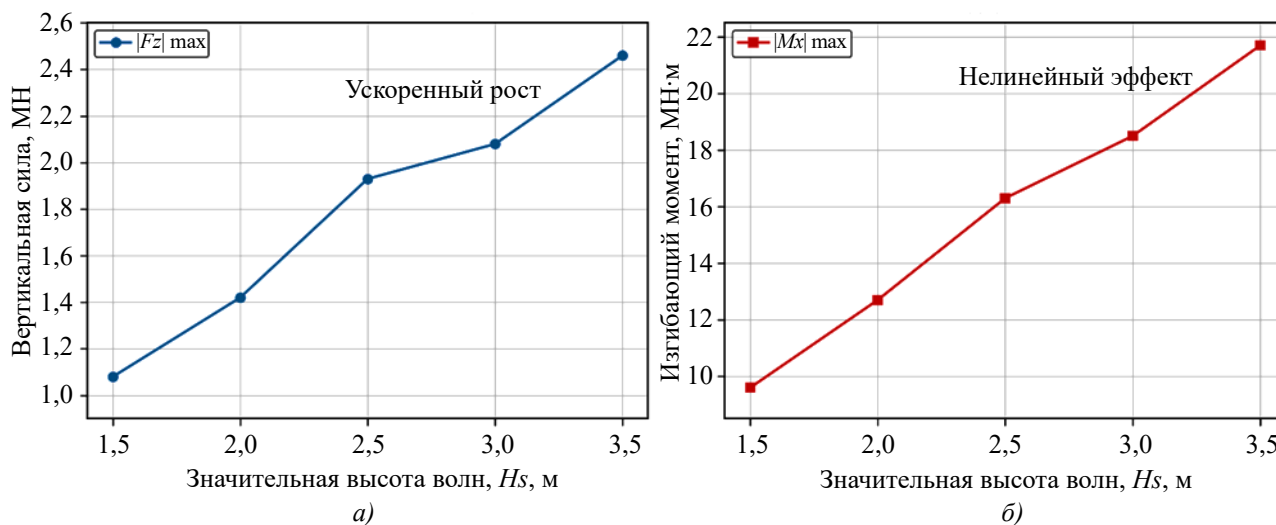


Рис. 5. Зависимость гидродинамических нагрузок от значительной высоты волн:
а — вертикальная сила; б — изгибающий момент

Как показано на рис. 5, увеличение значительной высоты волн приводит к росту гидродинамических нагрузок. При этом характер зависимости носит нелинейный характер: в области высоких волн наблюдается ускоренное увеличение как вертикальной силы, так и изгибающего момента, что связано с усилением динамического отклика судна и перераспределением давления по корпусу [8–10].

Таким образом, наиболее выраженный вертикальный отклик корпуса формируется при $\beta = 90^\circ$, тогда как для килевой качки опасными оказываются режимы, близкие к $\beta = 0^\circ$ и $\beta = 180^\circ$. Это различие принципиально важно при интерпретации интегральных нагрузок: максимум одной степени свободы не обязательно соответствует максимуму результирующего силового воздействия на конкретную оконечность корпуса.

Гидродинамические силы и моменты в частотной области. Расчет возбуждающих волновых сил показал, что на мелководье увеличиваются не только перемещения корпуса, но и сами амплитуды интегральных нагрузок [19–21]. Наиболее заметный рост наблюдается для вертикальной силы F_z и кренящего момента M_x . При уменьшении глубины до 5,5 м максимум вертикальной силы вблизи резонансной частоты возрастает примерно на 27 % по сравнению с глубиной 9 м, а поперечный момент — на 31 %.

Для траверзного волнения рост F_z связан преимущественно с усилением *heave*-отклика и перераспределением гидродинамического давления по подводной части корпуса. Для косого кормового волнения существенный вклад начинают вносить продольные колебания и дифферент, что приводит к асимметрии нагрузок между носовой и кормовой оконечностями.

Результаты моделирования во временной области. Во временной области анализировались нерегулярные волновые воздействия, сформированные по спектру *JONSWAP* [4, 17]. Для каждого сценария рассчитывались временные ряды длительностью 1800 с, из которых первые 300 с исключались как переходный участок.

Для сценария сильного шторма ($H_s = 3$ м, $T_p = 5,5$ с) при глубине 7 м максимальные по модулю вертикальные перемещения корпуса были получены при траверзном волнении. При этом экстремальные отрицательные значения, соответствующие наиболее глубокому погружению корпуса, достигали 2,6–2,8 м относительно среднего положения.

Таблица 3

Статистические характеристики вертикальных перемещений при $h = 7$ м, $H_s = 3,0$ м, $T_p = 5,5$ с

$\beta, ^\circ$	Среднее ($\bar{\zeta}_{heave}$), м	σ_{heave} , М	ζ_{max} , М	ζ_{min} , М
0	–0,09	0,49	1,14	–1,36
45	–0,06	0,81	1,92	–2,14
90	–0,04	1,08	2,54	–2,77
135	–0,07	0,90	2,08	–2,29
180	–0,10	0,57	1,31	–1,58

Небольшое отрицательное смещение среднего значения $\bar{\zeta}_{heave}$ во всех сценариях отражает слабую асимметрию временного сигнала, характерную для конечной длины реализации и спектрального возбуждения вблизи резонансной области. В физическом смысле наиболее существенным является не само среднее, а экстремальные отрицательные значения, определяющие наихудшие режимы погружения корпуса.

Поскольку силовое воздействие волн на корпус не исчерпывается только вертикальными перемещениями, был выполнен совместный анализ *heave* и *pitch*. Для оценки дополнительного изменения осадки в оконечностях использовалась связь

$$\Delta T_{pitch}(t) \approx \frac{L_{pp}}{2} \theta_{pitch}(t),$$

где θ_{pitch} выражено в радианах [2, 11].

Расчеты показали, что при траверзном волнении вертикальный отклик максимален, однако вклад килевой качки сравнительно мал. Напротив, при косом кормовом и попутном волнении вертикальные перемещения меньше, но увеличение дифферента приводит к значительному локальному возрастанию нагрузки на носовую или кормовую оконечность.

Таблица 4

Максимальные оценки изменения осадки в носовой части при $h = 7$ м, $H_s = 3,0$ м, $T_p = 5,5$ с

$\beta, ^\circ$	$\zeta_{min}, \text{м}$	$\theta_{pitch}^{max}, \text{град}$	$\Delta T_{pitch}^{max}, \text{м}$	Суммарное изменение осадки, м
0	-1,36	2,6	2,45	-3,81
45	-2,14	2,1	1,98	-4,12
90	-2,77	0,8	0,76	-3,53
135	-2,29	2,3	2,17	-4,46
180	-1,58	2,9	2,74	-4,32

Из таблицы видно, что наибольшее локальное увеличение осадки в оконечностях реализуется не при $\beta = 90^\circ$, а при β от 135° до 180° , когда умеренно высокий *heave*-отклик сочетается с заметным дифферентом. Это обстоятельство имеет принципиальное значение для оценки реальных нагрузок на корпус и для анализа опасных эксплуатационных режимов.

Гидродинамические нагрузки на корпус судна. Во всех сценариях вертикальная составляющая волновой силы $F_z(t)$ демонстрировала наибольшую чувствительность к глубине и пиковому периоду волн. В области частот, близких к основной резонансной частоте по *heave*, амплитуда F_z резко возрастала. Для сценария $h = 7$ м, $H_s = 2,5$ м, $T_p = 5,5$ и $\beta = 90^\circ$ максимум вертикальной силы на временном интервале 1500 с составлял порядка 1,9–2,1 МН. При глубине 5,5 м при тех же волновых параметрах максимум возрастал до 2,5–2,7 МН.

Для волнения с траверза и косого траверзного волнения максимальные значения поперечной силы F_y и кренящего момента M_x формировались в одном и том же диапазоне частот, близком к пику *roll*-отклика. При переходе от глубины 9 м к 5,5 м среднеквадратичное значение M_x возросло примерно на 25 %, а экстремальные значения — на 30–35 %. Это указывает на усиление не только общих колебаний корпуса, но и локальных нагрузок, действующих на бортовые конструкции.

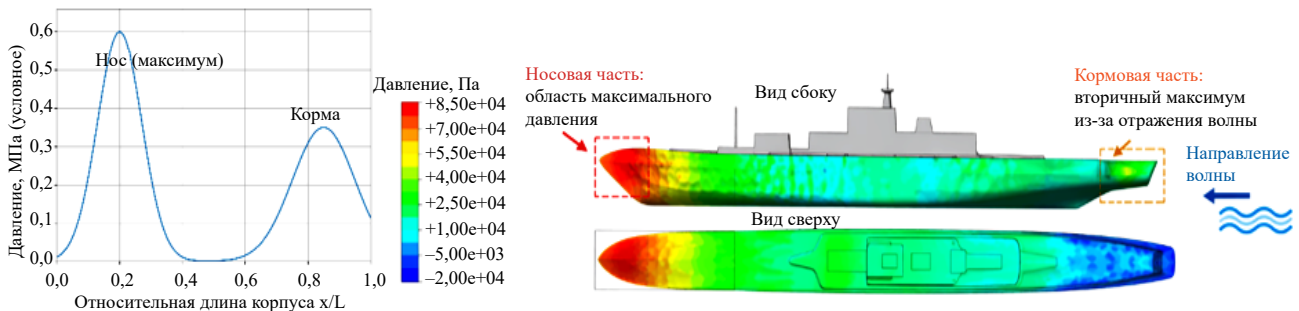


Рис. 6. Распределение волнового давления вдоль корпуса судна

На рис. 6 представлено распределение волнового давления вдоль корпуса судна. Установлено, что максимальные значения давления локализуются в носовой части, где происходит наиболее интенсивное взаимодействие корпуса с набегающей волной. Дополнительные локальные максимумы наблюдаются в кормовой области, что связано с отражением и перераспределением волновой энергии. Полученные результаты указывают на неравномерный характер распределения нагрузок, что приводит к возникновению значительных изгибающих моментов и повышенной нагрузке на конструктивные элементы корпуса. Таким образом, наиболее опасными зонами с точки зрения силового воздействия являются носовая и, в меньшей степени, кормовая части судна.

Анализ распределения гидродинамического давления по корпусу показал, что в условиях встречного волнения давление более равномерно распределяется вдоль длины корпуса, тогда как при косом и кормовом волнении возникают выраженные зоны локального концентратора нагрузки в носовой и средней части. На мелководье эти области смещаются ближе к ватерлинии, что связано с изменением формы волнового поля вокруг корпуса и усилением отраженных компонент.

Влияние параметров волнения. При фиксированных глубине $h = 7$ м и пиковом периоде $T_p = 5,5$ с увеличение значительной высоты волн от 1,5 до 3,5 м приводило к почти линейному росту среднеквадратичных значений сил, однако экстремальные значения росли быстрее линейного закона. Это объясняется тем, что при приближении к резонансным условиям более высокие волны сильнее возбуждают область максимального отклика.

Таблица 5

Влияние H_s на экстремальные нагрузки при $h = 7$ м, $T_p = 5,5$ с, $\beta = 90^\circ$

H_s , м	$\max \zeta_{heave} $, м	$\max F_z $, МН	$\max M_x $, МН·м
1,5	1,42	1,08	9,6
2,0	1,88	1,42	12,7
2,5	2,29	1,93	16,3
3,0	2,77	2,08	18,5
3,5	3,19	2,46	21,7

В таблице 5 представлены максимальные значения вертикальных перемещений корпуса, а также интегральных гидродинамических нагрузок в зависимости от значительной высоты волн. Анализ данных показывает, что с увеличением H_s наблюдается монотонный рост как перемещений, так и силовых характеристик, при этом наиболее интенсивное увеличение наблюдается для изгибающих моментов.

Наибольшие нагрузки наблюдались при $T_p = 5,5$ –6 с, что соответствует области резонансного отклика [2, 12, 13], выявленной в частотном анализе. При уменьшении периода до 4,5 с экстремальные нагрузки снижались на 30–40 %, даже при сохранении той же значительной высоты волн.

Таблица 6

Влияние T_p на вертикальные нагрузки при $h = 7$ м, $H_s = 2,5$ м, $\beta = 90^\circ$

T_p , м	ω_p , рад/с	$\max \zeta_{heave} $, м	$\max F_z $, МН
4,5	1,40	1,56	1,22
5,0	1,26	1,94	1,58
5,5	1,14	2,26	1,93
6,0	1,05	2,43	2,01

В таблице 6 приведены результаты расчётов максимальных вертикальных перемещений и гидродинамических нагрузок в зависимости от пикового периода волн. Видно, что увеличение периода приводит к росту амплитуды отклика, при этом максимальные значения достигаются в диапазоне 5,5–6 с, что соответствует области резонансного взаимодействия волн с судном.

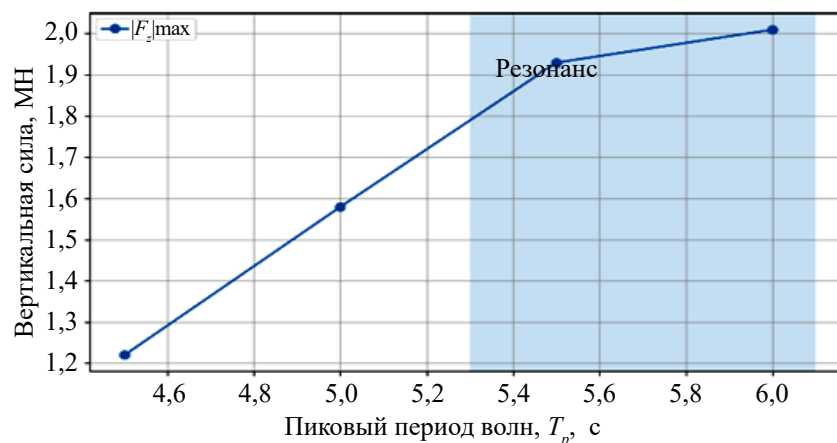


Рис. 7. Зависимость гидродинамических нагрузок от пикового периода волн (резонансное усиление отклика)

На рис. 7 представлена зависимость гидродинамических нагрузок от пикового периода волн. Установлено, что при увеличении периода наблюдается рост вертикальной силы с достижением максимума в диапазоне $T_p = 5,5\text{--}6$ с. Данный эффект обусловлен совпадением частоты внешнего воздействия с собственными частотами колебаний судна, что приводит к резонансному усилению отклика. В резонансной области даже умеренные волны способны вызывать значительные гидродинамические нагрузки, что существенно повышает уровень эксплуатационных рисков. Полученные результаты подтверждают, что наиболее опасными являются не просто высокие волны, а волны с периодами, близкими к собственным периодам вертикального и углового отклика корпуса.

Дополнительно был исследован эффект изменения осадки корпуса. Рассматривались три характерных состояния загрузки: $T = 3,2, 3,6$ и 4 м. При увеличении осадки возрастали присоединенные массы, изменялась гидростатическая характеристика системы и одновременно уменьшался статический запас по глубине. Расчеты показали, что при одинаковых волновых условиях увеличение осадки с $3,2$ до $4,0$ м приводит к росту экстремальной вертикальной силы примерно на $12\text{--}15\%$ и одновременно увеличивает чувствительность системы к длиннопериодным волнам. В практическом плане это означает, что наиболее тяжело загруженные суда не только имеют меньший запас по глубине, но и испытывают более интенсивное динамическое воздействие волн.

Полученные закономерности хорошо согласуются с современными представлениями о гидродинамике судов на мелководье [3–5, 19–21]. Во-первых, подтверждено смещение пиков RAO в область более низких частот при уменьшении глубины. Во-вторых, воспроизведено характерное доминирование траверзного волнения для вертикальных и поперечных откликов, а также увеличение вклада $pitch$ при встречных и попутных курсах волн. В-третьих, результаты временного анализа показали, что экстремальные нагрузки формируются в узкой области сочетаний глубины и периода волн, близких к резонансным.

По абсолютным значениям RAO и интегральных сил полученные оценки находятся в реалистичном диапазоне для судов данного класса и не противоречат опубликованным результатам расчетов для близких по размерениям объектов. При этом следует учитывать, что прямое сопоставление по абсолютным величинам всегда ограничено различием обводов корпуса, водоизмещения и условий постановки задачи.

Обсуждение. Полученные результаты показывают, что в рассматриваемом диапазоне параметров мелководный эффект выступает не как второстепенная поправка, а как определяющий фактор формирования динамического и силового отклика судна. При уменьшении глубины от 9 до $5,5$ м максимум RAO по вертикальным перемещениям возрастает с $1,07$ до $1,49$ м/м, то есть примерно на 39% , а положение резонансного пика смещается с $1,14$ до $0,96$ рад/с. Это указывает на увеличение характерных периодов собственных колебаний системы «судно — жидкость» и согласуется с физическим представлением о росте присоединенных масс и изменении гидродинамического восстановления в условиях ограниченной глубины. Одновременно увеличение амплитуд отклика сопровождается ростом интегральных нагрузок: для вертикальной силы и кренящего момента вблизи резонансной области получено увеличение соответственно порядка 27 и 31% при переходе к наименьшей из рассмотренных глубин.

Принципиально важным результатом является установленная неоднозначность связи между максимумами перемещений и максимумами эксплуатационно опасных нагрузок. Траверзное волнение ($\beta = 90^\circ$) действительно формирует наибольший *heave*-отклик и максимальные значения бортовой качки, однако это не означает, что именно данный режим всегда является наиболее неблагоприятным с точки зрения локального нагружения корпуса. Совместный анализ *heave* и *pitch* показал, что наибольшее локальное увеличение осадки в оконечностях реализуется при косом кормовом и попутном волнении (β от 135° до 180°), когда умеренно высокий вертикальный отклик сочетается со значительным дифферентом. Следовательно, при оценке опасных режимов эксплуатации недостаточно анализировать отдельные степени свободы по отдельности — необходим совместный учёт пространственного перераспределения нагрузок вдоль корпуса.

Отдельно следует отметить роль спектральных характеристик волнения. Расчёты показали, что экстремальные нагрузки определяются не только значительной высотой волн, но и степенью близости пикового периода к резонансной области системы. Наиболее высокие значения вертикальных перемещений и волновых сил получены при $T_p = 5,5\text{--}6$ с, то есть в диапазоне, соответствующем максимуму частотного отклика. При этом рост H_s приводит к почти линейному увеличению среднеквадратичных характеристик, тогда как экстремальные значения сил и моментов возрастают быстрее линейного закона, что указывает на усиление вклада резонансных эпизодов во временной реализации нагрузки. Дополнительное увеличение осадки судна также усиливает опасность: при росте осадки от $3,2$ до $4,0$ м экстремальная вертикальная сила возрастает примерно на $12\text{--}15\%$, а чувствительность системы к длиннопериодным волнам увеличивается.

Вместе с тем интерпретация полученных зависимостей должна учитывать границы применимости используемой модели. Расчёты выполнены в рамках линейной потенциальной теории течений и панельного метода, поэтому результаты корректно описывают сравнительное влияние глубины, периода, высоты и направления волнения в диапазоне малых и умеренных амплитуд. Однако в работе не учитывались нелинейная трансформация и разрушение волн, вязкостные и турбулентные эффекты, а также влияние сложной батиметрии и возможного взаимодействия с морфодинамикой дна. Поэтому при переходе к экстремальным штормовым условиям или к задачам локального конструкционного анализа полученные оценки следует рассматривать как надёжную инженерную основу, требующую дальнейшего уточнения с помощью нелинейных и гибридных моделей.

Заключение. В работе выполнено численное исследование гидродинамического отклика судна класса «река — море» в условиях ограниченной глубины на основе комбинированного подхода, объединяющего частотный анализ *RAO* и моделирование нерегулярного волнения во временной области. Такой подход позволил связать параметры внешнего волнового воздействия с амплитудами движений корпуса, распределением давления и интегральными гидродинамическими нагрузками.

Установлено, что уменьшение глубины от 9 до 5,5 м приводит к систематическому смещению резонансной области в сторону более длинных волн и к существенному росту динамического отклика судна. Для вертикальных перемещений максимум *RAO* возрастает примерно на 39 %, а интегральные нагрузки вблизи резонансных частот также существенно увеличиваются: для вертикальной силы — примерно на 27 %, для кренящего момента — примерно на 31 %. Тем самым показано, что мелководье оказывает непосредственное влияние не только на кинематику движения, но и на уровень силового воздействия волн на корпус.

Показано, что направление волнения определяет не только величину, но и структуру отклика. При траверсном волнении реализуются максимальные значения *heave* и *roll*, тогда как при косом кормовом и попутном волнении возрастает вклад *pitch*, что приводит к перераспределению нагрузок по длине корпуса и к формированию наиболее неблагоприятных локальных режимов в носовой и кормовой оконечностях. Следовательно, при оценке эксплуатационной безопасности судна в мелководных акваториях необходимо учитывать не только абсолютный уровень перемещений, но и их сочетание, определяющее локальные изменения осадки и концентрацию нагрузок.

Установлено также, что экстремальные гидродинамические нагрузки определяются совместным действием глубины, значительной высоты волн, пикового периода и осадки судна. Наиболее опасные режимы соответствуют сочетанию малых глубин и периодов волн, близких к собственной резонансной области системы; при увеличении осадки дополнительно возрастает интенсивность силового отклика и снижается запас по глубине. Это позволяет рассматривать полученные результаты как физически обоснованную основу для оценки опасных режимов плавания, выбора эксплуатационных ограничений и разработки рекомендаций по безопасности судоходства в условиях мелководных акваторий, включая Азовское море и Таганрогский залив.

Практическая ценность работы заключается в том, что полученные зависимости могут быть использованы при предварительном проектировании судов, при оценке допустимых условий эксплуатации и при формировании инженерных критериев навигационной безопасности. Перспективы дальнейшего развития исследования связаны с включением нелинейных эффектов мелководья, вязкостно-турбулентных механизмов, уточнённой батиметрии и гибридных потенциально-вязкостных моделей, что позволит перейти от инженерной оценки к более полному описанию экстремальных режимов волнового воздействия на корпус.

Список литературы / References

1. Jiao J., Sun S., Ren H. Predictions of wave induced ship motions and loads by large-scale model measurement at sea and numerical analysis. *Brodogradnja*. 2016;67(2):81–100. <https://doi.org/10.21278/brod67206>
2. Jiao J., Chen C., Ren H. A comprehensive study on ship motion and load responses in short-crested irregular waves. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*. 2019;11:830–847. <https://doi.org/10.1016/j.ijnaoe.2018.07.003>
3. Kim D., Tezdogan T., Incecik A. Hydrodynamic analysis of ship manoeuvrability in shallow water using high-fidelity URANS computations. *Applied Ocean Research*. 2022;123:103176. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2022.103176>
4. Taimuri G., Matusiak J., Mikkola T., Kujala P., Hirdaris S. A 6-DoF maneuvering model for the rapid estimation of hydro-dynamic actions in deep and shallow waters. *Ocean Engineering*. 2020;218:108103. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.108103>
5. Feng L., Wang L., Zhang Y. Numerical Study of the Shallow-Water Effect on the Hydrodynamic Loads and Wake of a Ship in Oblique Flow. *Journal of Ocean University of China*. 2025;24(1):63–74. <https://doi.org/10.1007/s11802-025-5854-7>
6. Yaitskaya N. The Wave Climate of the Sea of Azov. *Water*. 2022;14(4):555. <https://doi.org/10.3390/w14040555>
7. Korshenko E., Panasenkov I., Fomin V. The Sea of Azov's Hydrodynamic Response to Different Atmospheric Forcing Resolutions. *Water*. 2024;16(23):3493. <https://doi.org/10.3390/w16233493>
8. Mai V.T., Mai T.L., Yoon H.K. Numerical Investigation of Motion Response of the Tanker at Varying Vertical Center of Gravities. *Journal of Ocean Engineering and Technology*. 2024;38(1):1–9. <https://doi.org/10.26748/KSOE.2023.037>
9. Seo M.G., Ha Y.J., Nam B.W., Kim Y. Experimental and Numerical Analysis of Wave Drift Force on KVLCC2 Moving in Oblique Waves. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2021;9(2):136. <https://doi.org/10.3390/jmse9020136>
10. Karola A., Matusiak J., Mikkola T., Hirdaris S. Wave Loads and Ship Motions Evaluated by Linear Strip and Panel Methods. In: *Proceedings of the ASME 2022 41st International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*. 2022;5A. <https://doi.org/10.1115/OMAE2022-79702>
11. Parunov J., Guedes Soares C., Hirdaris S., Iijima K., Wang X., Brizzolara S., Qiu W., Mikulić A., Wang S., Abdelwahab H.S. Benchmark study of global linear wave loads on a container ship with forward speed. *Marine Structures*. 2022;84:103162. <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2022.103162>
12. Xu H., Neng P., Yang F. Motion response analysis of mining vessel based on ANSYS/AQWA. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019;1300(1):012010. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1300/1/012010>

13. Ibinabo I., Tamunodukobipi D.T. Determination of the Response Amplitude Operator(s) of an FPSO. *Engineering*. 2019;11(9):541–556. <https://doi.org/10.4236/eng.2019.119038>
14. Jiao J., Zhang H., Chen Y., Sun S. Difference in ship motion and wave load in long and short crested irregular waves. *Chinese Journal of Ship Research*. 2023;18(1):107–115. <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.02679>
15. Xiong L., Lu H., Yang J., Zhao W. Motion responses of a moored barge in shallow water. *Ocean Engineering*. 2015;97:207–217. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.01.018>
16. Dong G., Yan S., Ma X., Wang B., Li L. Experimental investigation on the hydrodynamic response of a moored ship to low-frequency harbor oscillations. *Ocean Engineering*. 2022;266:112261. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.112261>
17. Hasselmann K., Barnett T.P., Bouws E., Carlson H., Cartwright D.E., Enke K., Ewing J.A., Gienapp H., Hasselmann D.E., Kruseman P., Meerburg A., Müller P., Olbers D.J., Richter K., Sell W., Walden H. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). *Ergänzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift, Reihe A*. 1973;8(12):1–95.
18. Ohyama T., Tsuchida M. Expanded mild-slope equations for the analysis of wave-induced ship motion in a harbor. *Coastal Engineering*. 1997;30(1–2):77–103. [https://doi.org/10.1016/S0378-3839\(96\)00037-3](https://doi.org/10.1016/S0378-3839(96)00037-3)
19. Werbter M., Perić R., Serr J., Abdel-Maksoud M. An approach to estimate vertical center of gravity, draught and RAO from ship motions based on prolate spheroidal wave functions and time-series filtering. *Ocean Engineering*. 2025;330:122659. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2025.122659>
20. Begovic E., Bertorello C., Çakıcı F., Kahramanoğlu E., Rinauro B. Vertical motions prediction in irregular waves using a time domain approach for hard chine displacement hull. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2020;8(5):337. <https://doi.org/10.3390/JMSE8050337>
21. Duan F., Ma N., Gu X., Zhou Y., Wang S. A fast time domain method for predicting of motion and excessive acceleration of a shallow draft ship in beam waves. *Ocean Engineering*. 2022;262:112096. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.112096>
22. Sutulo S., Rodrigues J.M., Guedes Soares C. Hydrodynamic characteristics of ship sections in shallow water with complex bottom geometry. *Ocean Engineering*. 2010;37(10):947–958. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2010.03.008>
23. Duan F., Ma N., Wang S., Zhou Y. Potential and viscous hybrid calculation method for ship motion prediction considering the change of ship motion attitude. *Ocean Engineering*. 2024;311:118824. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2024.118824>
24. Hasselmann D., Bösenberg J. Field measurements of wave-induced pressure over wind-sea and swell. *Journal of Fluid Mechanics*. 1991;230:391–428. <https://doi.org/10.1017/S0022112091000848>
25. Newman J.N. *Marine Hydrodynamics*. Cambridge, MA: MIT Press; 1977.
26. Jiao J., Ren H., Chen C. Model testing for ship hydroelasticity: A review and future trends. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*. 2017;22(6):641–650. <https://doi.org/10.1007/s12204-017-1886-5>
27. Molland A.F., Turnock S.R., Hudson D.A. *Ship Resistance and Propulsion*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press; 2011.

Об авторах:

Александр Иванович Сушинов, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, директор НИИ Математического моделирования и прогнозирования сложных систем Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), [SPIN-код](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [MathSciNet](#), sukhinov@gmail.com

Софья Владимировна Проценко, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, научный сотрудник Таганрогского института им. А.П. Чехова (филиал) Ростовского государственного экономического университета (347936, Российская Федерация, г. Таганрог, ул. Инициативная, 48), [ORCID](#), [SPIN-код](#), rab5555@rambler.ru

Наталья Дмитриевна Панасенко, старший преподаватель кафедры «Вычислительные системы и информационная безопасность» Донской государственной технической университет (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), [SPIN-код](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), natalija93_93@mail.ru

Елена Анатольевна Проценко, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, ведущий научный сотрудник Таганрогского института им. А.П. Чехова (филиал) Ростовского государственного экономического университета (347936, Российская Федерация, г. Таганрог, ул. Инициативная, 48), [ORCID](#), [SPIN-код](#), capros@rambler.ru

Заявленный вклад авторов:

А.И. Сушинов: общее научное руководство; постановка задачи; формулировка идей исследования, целей и задач, разработка методологии.

С.В. Проценко: проведение экспериментов, формулировка достигнутых результатов и описание их значимости.

Н.Д. Панасенко: валидация; тестирование существующих компонентов.

Е.А. Проценко: курирование данных; деятельность по аннотированию.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Alexander I. Sukhinov, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Director of the Research Institute of Mathematical Modeling and Forecasting of Complex Systems, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [MathSciNet](#), sukhinov@gmail.com

Sofia V. Protsenko, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, Research Fellow, A.P. Chekhov Taganrog Institute (branch) Rostov State University of Economics (48, Initiative St., Taganrog, 347936, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), rab5555@rambler.ru

Natalya D. Panasenکو, Senior Lecturer of the Department of Computer Systems and Information Security, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), natalija93_93@mail.ru

Elena A. Protsenko, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, Leading Research Fellow, A.P. Chekhov Taganrog Institute (branch) Rostov State University of Economics (48, Initiative St., Taganrog, 347936, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), eapros@rambler.ru

Contributions of the authors:

A.I. Sukhinov: general scientific guidance; problem statement; formulation of research ideas, goals and objectives, development of methodology.

S.V. Protsenko: conducting experiments, formulating achieved results and describing their significance.

N.D. Panasenکو: validation; testing of existing components.

E.A. Protsenko: data curation; annotation activities.

Conflict of Interest Statement: the authors declare no conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 27.02.2026

Поступила после рецензирования / Reviewed 25.03.2026

Принята к публикации / Accepted 02.04.2026