

УДК 519.6

Научная статья

<https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-6-1-34-40>**Моделирование пространственно-трехмерных волновых процессов в мелководных водоемах с учетом особенностей вертикального турбулентного обмена**Е. А. Проценко<sup>1</sup> ✉, Н. Д. Панасенко<sup>2</sup>, А. В. Стражко<sup>1</sup><sup>1</sup>Таганрогский институт имени А. П. Чехова (филиал) РГЭУ (РИНХ), Российская Федерация, Ростовская область, г. Таганрог, ул. Инициативная, 48✉ [eapros@rambler.ru](mailto:eapros@rambler.ru)**Аннотация**

**Введение.** Достоверное предсказание показателей турбулентных потоков является весьма сложной задачей, что объясняется исключительной физической сложностью турбулентности, в частности ее вероятностной природой, широким пространственно-временным спектром и принципиально трехмерным нестационарным характером. Несмотря на проведение широкого круга исследований, ориентированных на рассматриваемую проблему, в них не была достаточно полно отражена вся совокупность разнообразных факторов и процессов, влияющих на структуру и параметры вертикального турбулентного перемешивания. Это указывает на необходимость проведения системного анализа проблемы и моделирования подобных сложно формализуемых систем. Целью работы является построение сценария изменения гидродинамических волновых процессов береговой зоны на основе усовершенствованной математической модели волновых процессов.

**Материалы и методы.** Исследуются пространственно-трехмерные волновые процессы в мелководных водоемах с учетом особенностей турбулентного обмена в зависимости от источника и локализации в столбе жидкости. Рассматривается влияние регулярных волновых процессов на турбулентный обмен по вертикали с помощью математической модели волновых процессов, базирующейся на системе уравнений Навье-Стокса. Модель включает в себя три уравнения движения в областях с динамически изменяемой геометрией расчетной области.

**Результаты исследования.** На основе разработанного комплекса программ построен сценарий изменения гидродинамических волновых процессов береговой зоны, предсказано формирование вихревых структур.

**Обсуждение и заключения.** Доказано разделение волнового потока на приповерхностный макротурбулентный слой, вызванный волновым движением, и нижерасположенный слой с фоновой гидродинамической турбулентностью, сила и интенсивность турбулентности изменялись синхронно с волновыми колебаниями, демонстрируя явно выраженную асимметрию генерации турбулентности по всей толще воды.

**Ключевые слова:** трехмерная модель гидродинамики, вертикальный турбулентный обмен, численные методы, волновые процессы, фильтрация данных.

**Финансирование.** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00210, <https://rscf.ru/project/23-21-00210/>.

**Для цитирования.** Проценко, Е. А. Моделирование пространственно-трехмерных волновых процессов в мелководных водоемах с учетом особенностей вертикального турбулентного обмена / Е. А. Проценко, Н. Д. Панасенко, А. В. Стражко // Computational Mathematics and Information Technologies. — 2023. — Т. 6, № 1. — С. 34–40. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-6-1-34-40>

Original article

**Spatial-three-dimensional wave processes' modeling in shallow water bodies taking into account the vertical turbulent exchange features**Е. А. Protsenko<sup>1</sup> ✉, N. D. Panasenko<sup>1</sup>, A. V. Strazhko<sup>1</sup><sup>1</sup>Taganrog Institute named after A. P. Chekhov (branch) of RSUE, 48, Initiative St., Taganrog, Rostov region, Russian Federation✉ [eapros@rambler.ru](mailto:eapros@rambler.ru)

## Abstract

**Introduction.** Reliable prediction of indicators of turbulent flows is a very difficult task, which is explained by the exceptional physical complexity of turbulence, in particular its probabilistic nature, a wide space-time spectrum and a fundamentally three-dimensional non-stationary nature. Despite conducting a wide range of studies focused on the problem under consideration, they did not fully reflect the totality of various factors and processes affecting the structure and parameters of vertical turbulent mixing. This indicates the need for a systematic analysis of the problem and modeling of such complex formalized systems. The aim of the work is to construct a scenario of changes in hydrodynamic wave processes of the coastal zone, based on an improved mathematical model of wave processes.

**Materials and methods.** The article is devoted to the study of spatial-three-dimensional wave processes in shallow water bodies, taking into account the features of turbulent exchange depending on the source and localization in the column of liquid, as well as the study of the influence of regular wave processes on turbulent exchange and vertically using a mathematical model of wave processes based on the system of Navier-Stokes equations, including three equations of motion in the with dynamically changing geometry of the computational domain.

**The results of the study.** Based on the developed software package, a scenario of changes in hydrodynamic wave processes of the coastal zone is constructed, the formation of vortex structures is predicted.

**Discussion and conclusions.** The separation of the wave flow into a near-surface macroturbulent layer caused by wave motion and a lower layer with background hydrodynamic turbulence is proved, the strength and intensity of turbulence changed synchronously with wave oscillations, demonstrating a pronounced asymmetry of turbulence generation throughout the water column.

**Keywords:** three-dimensional model of hydrodynamics, vertical turbulent exchange, numerical methods, wave processes, data filtering.

**Funding information.** The research was carried out at the expense of the grant of the Russian Science Foundation No. 23-21-00210, <https://rscf.ru/project/23-21-00210/>.

**For citation.** Protsenko, E. A. Modeling of spatial-three-dimensional wave processes in shallow water bodies taking into account the features of vertical turbulent exchange / E. A. Protsenko, N. D. Panasenko, A. V. Strazhko // Computational Mathematics and Information Technologies. — 2023. — Vol. 6, no. 1. — P. 34–40. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-6-1-34-40>

**Введение.** Современные численные модели SWAN, SWASH, FINLAB, H2Ocean и XBeach постоянно совершенствуются благодаря новым научным открытиям в результате исследований, включающих лабораторные и полевые эксперименты. С помощью лабораторных экспериментов можно получить информацию о деталях потока в контролируемых условиях. Скорости потока, свойства турбулентности и силы, действующие на объекты, могут быть определены и использованы для интерпретации наблюдаемых явлений, например, размыва, а данные могут быть использованы для валидации модели. При этом сложность получения натурных данных в реальной области свидетельствует о необходимости привлечения 3D-моделей гидродинамики, которые учитывают специфику прибрежных систем [1, 2].

Турбулентность и дальнейшее перемешивание водной среды являются важными механизмами, определяющими динамику береговой зоны, перенос импульса, массы и тепла. Турбулентность обычно возникает в результате сдвига или неустойчивой стратификации, при этом в прибрежной зоне альтернативным источником возникновения турбулентного перемешивания являются ветровые волны. Кроме того, турбулентность может порождаться в результате трения дна, возникающего при наличии приливных или ветровых течений, при этом важны бароклинные течения, нелинейные внутренние волны и инерционные токи [3–5].

Задача мониторинга водной поверхности предполагает создание и верификацию эффективных методов кластеризации этих объектов на поверхности водоемов, в частности, восстановления границ водоема на основании данных дистанционного зондирования. В качестве данных зондирования используются многоспектральные спутниковые снимки. На основе полученных изображений определяются начальные условия для математической

модели гидродинамики, исходя из которых выполняются прогностические расчеты. Данные дистанционного зондирования позволяют определять динамику изменения береговой линии благодаря серии обработанных снимков одной и той же акватории в разное время.

Прибрежные районы требуют особого внимания, поскольку взаимодействие с батиметрией, течениями, стратификацией, а также растительностью, приводит к сложным нелинейным взаимодействиям, влияющим на эволюцию волн.

## Материалы и методы

**1. Пространственно-неоднородная трехмерная математическая модель волновой гидродинамики мелководного водоема.** Пространственно-неоднородная трехмерная математическая модель волновой гидродинамики мелководного водоема включает [6, 7]:

– уравнения движения (Навье-Стокса):

$$\begin{aligned} u'_t + uu'_x + vv'_y + ww'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_x + (\mu u'_{xx})_x + (\mu v'_{xy})_y + (\mu w'_{xz})_z, \\ v'_t + uv'_x + vv'_y + ww'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_y + (\mu v'_{xx})_x + (\mu v'_{yy})_y + (\mu w'_{yz})_z, \\ w'_t + uw'_x + vw'_y + ww'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_z + (\mu w'_{xx})_x + (\mu w'_{yy})_y + (\mu w'_{zz})_z + g; \end{aligned} \quad (1)$$

– уравнение неразрывности:

$$\rho'_t + (\rho u)_x + (\rho v)_y + (\rho w)_z = 0, \quad (2)$$

где  $V = \{u, v, w\}$  — вектор скорости водного потока мелководного водоема;  $\rho$  — плотность водной среды, кг/м<sup>3</sup>;  $p$  — гидродинамическое давление, Па;  $g$  — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $\mu, \nu$  — коэффициенты турбулентного обмена в горизонтальном и вертикальном направлениях.



Рис. 1. Спутниковые изображения акватории Азовского моря (отлив, 22 ноября 2019 года)

Построена растровая модель расчетной области на основе наблюдений в отдельных точках пространства (рис. 1). Дискретные операционно-территориальные единицы соответствуют ячейкам регулярной сетки. На рис. 2 представлена растровая модель расчетной области.

**2. Обработка и параметризация натуральных данных ADCP-зондирования.** Волновое возмущение, улавливаемое зондом ADCP, по частоте и интенсивности отличается от волнения на поверхности моря. Это происходит из-за взаимного перемещения судна, волн и соизмеримости их геометрических размеров. Движение судна на волне меняет частоту волнового возмущения. Если масштабы волны близки к размерностям (длина, ширина, осадка) судна, то оно не может при своем движении повторить ее профиль. Степень воздействия качки предусматривается с помощью редуционных коэффициентов, которые имеют вид амплитудно-частотных

характеристик линейных низкочастотных фильтров [7, 8]. Для представления минимальных разрешимых масштабов необходимо, чтобы ширина фильтра не превышала шага разностной сетки [9–11].

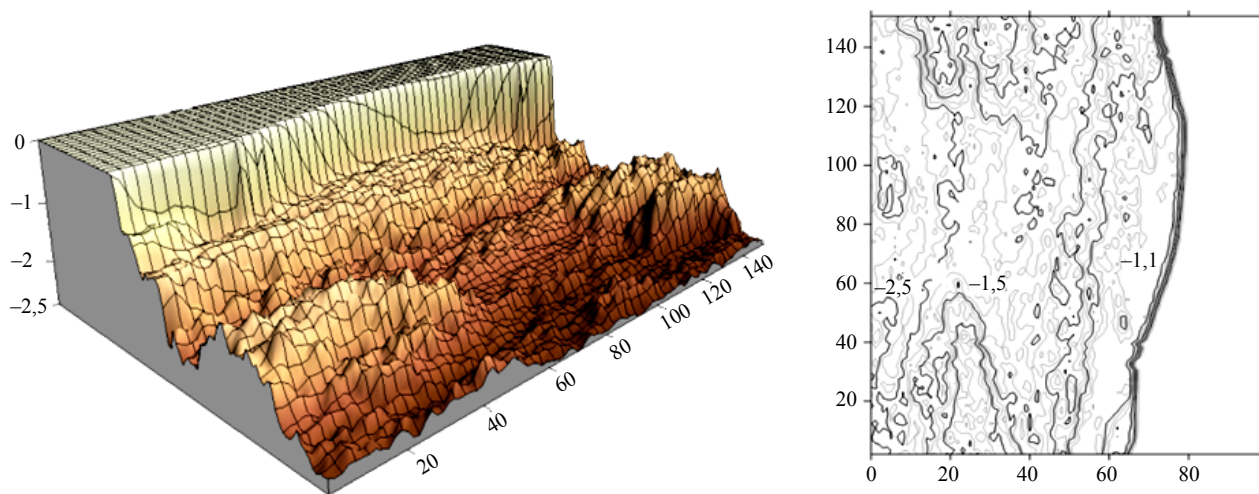


Рис. 2. Растровая модель расчетной области

Исходные данные получены в ходе экспедиции в Центрально-Восточной части Азовского моря и в Таганрогском заливе. Для измерения трехмерного вектора скорости движения водной среды использовался гидрофизический ADCP-зонд Workhorse Sentinel 600. Для обработки мгновенных скоростей водного потока, полученных при измерениях, использовались фильтры Гаусса и Фурье при разной величине ширины фильтра. В данных расчетах масштаб фильтра задавался исходя из размерности решаемой задачи гидродинамики и соответствующего данной размерности масштаба сетки.

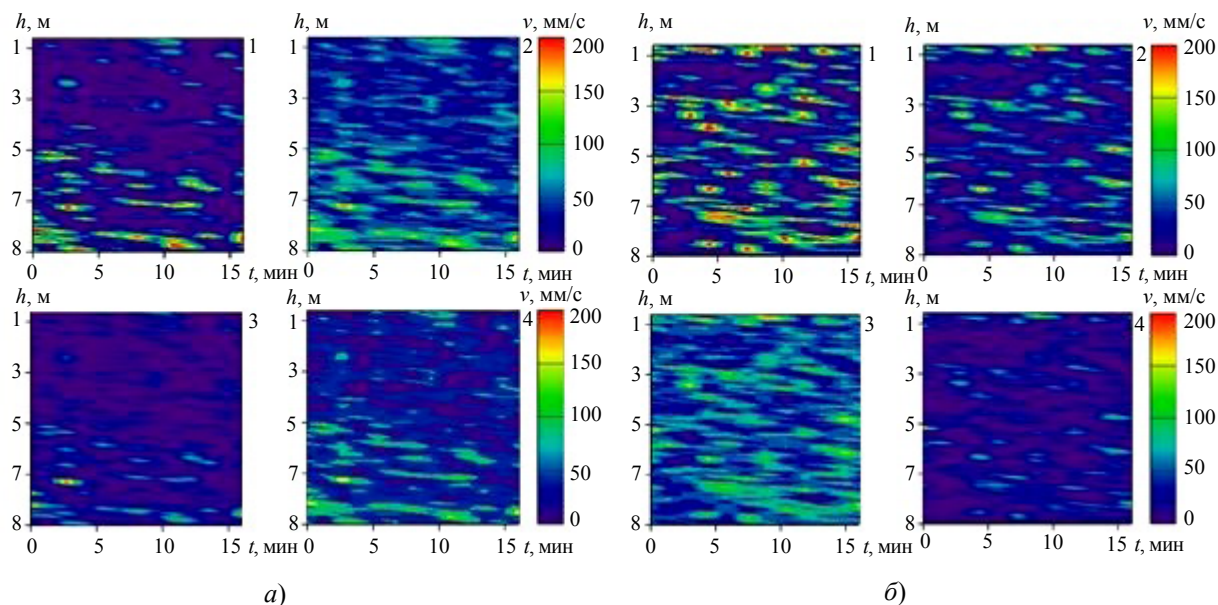


Рис. 3. Применение фильтров Гаусса (а) и Фурье (б):

1 — исходные данные; 2, 3, 4 — данные, полученные с помощью фильтрации, при различной величине ширины фильтра:  $\Delta_4 < \Delta_3 < \Delta_2$

Рис. 3 демонстрирует результат работы программного обеспечения, предназначенного для устранения зашумленности экспедиционных измерений, на примере одной из составляющих вектора скорости водного потока в двумерном случае. Цветом выделена скорость водного потока в мм/с в соответствии с приведенной цветовой шкалой.



**Результаты исследования** На основании проведенных численных экспериментов проанализированы распределения коэффициентов вертикального турбулентного обмена с учетом влияния регулярных волн, а также в их отсутствие (рис. 4); доказано разделение волнового потока на приповерхностный макротурбулентный слой, вызванный волновым движением, и нижерасположенный слой с фоновой гидродинамической турбулентностью. Специфической особенностью действия регулярных волн на турбулентный обмен по вертикали стало увеличение коэффициента турбулентного обмена в приповерхностном слое и его уменьшение в придонном слое по сравнению с распределением коэффициентов, полученных с помощью параметризации Смагоринского.

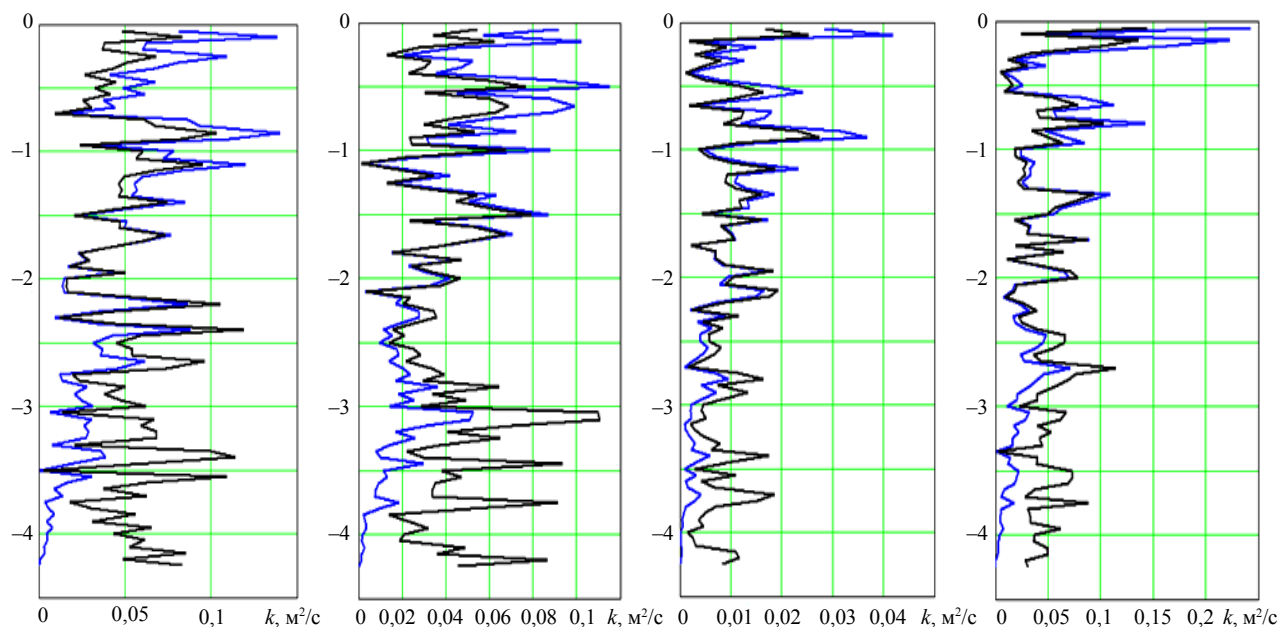


Рис. 4. Профили коэффициента вертикального турбулентного обмена:  
черная линия — без учета регулярных волн; синяя — с учетом регулярных волн

Продемонстрирован также широкий спектр изменчивости турбулентных пульсаций скорости. Сила и интенсивность турбулентности изменялись синхронно с волновыми колебаниями, показывая явно выраженную асимметрию генерации турбулентности по всей толще воды, включая и приповерхностный слой, где волны усиливали флуктуации скорости течения [12–14].

Когда волны разбиваются в зоне прибоя, турбулентность может возникать несколькими способами:

- за счет сдвига жидкости;
- за счет разделения потока вокруг элементов шероховатости;
- за счет нагнетания турбулентной кинетической энергии от разбивающихся волн.

Над гладким морским дном в потоке пограничного слоя турбулентность начинает появляться, когда число Рейнольдса ( $Re$ ) больше  $1,5 \cdot 10^5$  ( $Re = Au/\nu$ , где  $A$  — орбитальная амплитуда и  $\nu$  — кинематическая вязкость). Сдвиг между потоком и морским дном создает такие микротурбулентные вихри, как вихревые трубы и турбулентные пятна, которые возникают на нижней границе и распространяются вверх за счет диффузии. Горизонтальная скорость потока и турбулентная кинетическая энергия ( $k$ ) более или менее совпадают по фазе, при этом  $k$  масштабируется с  $u^2$ . Когда набегающие волны искажены, максимальное образование  $k$  происходит под гребнем волны.

Формы дна, такие как наносы от волн или мегарипплы, могут появляться снаружи и внутри зоны прибоя, когда наносы имеют умеренную или большую крутизну, они часто создают разделение потока и вихревое рассеивание. Турбулентные вихри образуются на подветренном склоне, когда горизонтальная скорость равна нулю. В этих когерентных вихрях турбулентность распространяется вверх за счет конвекции, а не за счет диффузии. Экспериментальные данные и метод осреднения Рейнольдса (RANS) показали, что вихревой выброс увеличивает  $k$  вблизи слоя. Для косых, мелководных волн выработка  $k$  максимальна при реверсировании потока с берега на шельф.

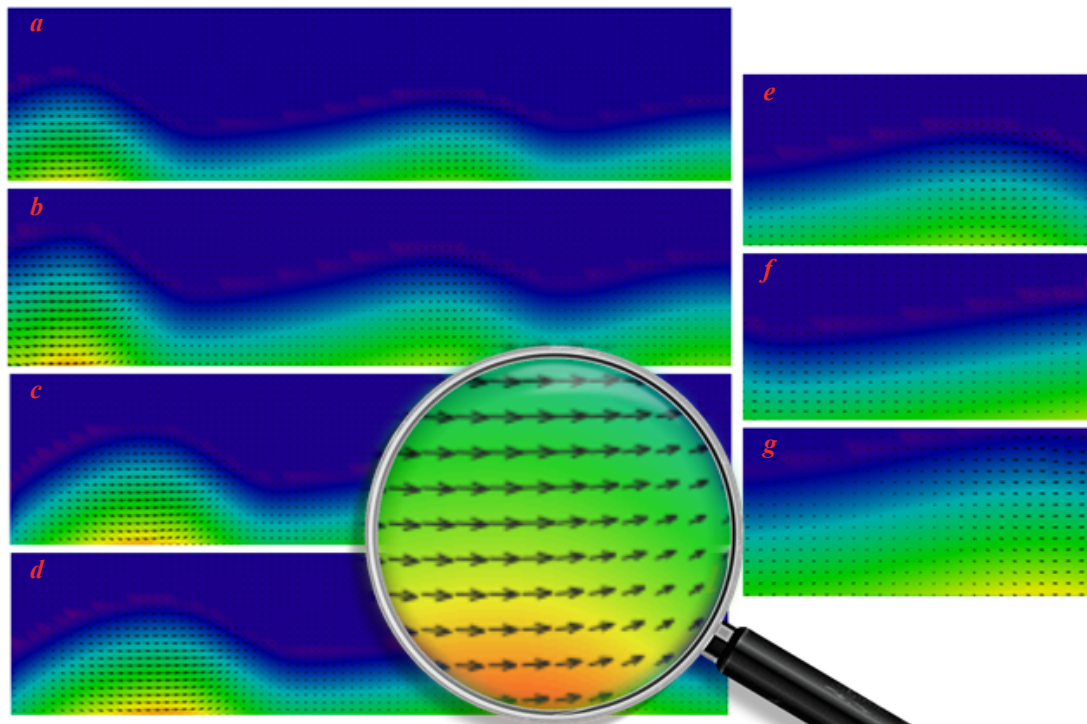


Рис. 5. Профили волн и векторные поля скорости в различные моменты времени, формирование вихревых структур

Разрушение волны характеризуется внезапным переходом от безвихревого течения к вращательному, сопровождающемуся сильным преобразованием энергии волны в турбулентность и, в конечном счете, в тепло. Крупномасштабные когерентные вихри создают сильное вертикальное перемешивание, а турбулентность, создаваемая поверхностным разрушением, распространяется вниз за счет конвекции, однако, относительно небольшая часть энергии волны рассеивается ниже уровня впадины, а большая часть — между гребнем волны и ее впадиной. Относительная высота волны  $\gamma$  ( $\gamma = H/h$ , где  $H$  — высота волны,  $h$  — глубина воды) является полезным параметром для характеристики или масштабирования диапазона процессов в зоне прибоя; например,  $\gamma$  используется для прогнозирования начала разрушения волны и интенсивности разрушения. Если относительная высота волны достаточно велика ( $\gamma > 0,4$ ), турбулентность буруна может проникнуть в пограничный слой волны и обрушиться на морское дно (рис. 5).

Хотя разрушение волн является основным источником турбулентности в зоне прибоя, этот процесс лучше всего описать как стохастический. В нерегулярном волновом поле некоторые волны разбиваются, а некоторые — нет, поэтому образование (и рассеивание) турбулентности происходит с большой периодичностью, и мгновенные уровни  $k$  могут быть на несколько порядков больше, чем усредненные по фазе волны. Существуют различные типы разрушения волн, поэтому масштаб и интенсивность турбулентных вихрей зависят от типа разрушения.

Когда буруны разливаются, турбулентность распространяется вниз к морскому дну за гребнем волны. Этот процесс вызывает возникновение наклонно нисходящих вихрей (ODE), которые тянутся за гребнем волны. При этом турбулентность создается на фронте волны и медленно распространяется вниз к дну через нисходящие вихри. Когерентные турбулентные структуры обрушиваются на дно на некотором расстоянии позади гребня волны.

Погружающиеся буруны создают большие вихри или нисходящие потоки, которые вращаются вокруг горизонтальной оси, параллельной гребню волны, и генерируют колебания вертикальной скорости.

**Обсуждение и заключения.** В работе представлены результаты математического моделирования пространственно-трехмерных волновых процессов в мелководных водоемах с учетом особенностей турбулентного обмена. Начальные условия для моделирования задавались на основе обработки данных дистанционного зондирования. Процесс фильтрации натурных данных позволил значительно уменьшить разброс данных и амплитуду колебаний. Доказано разделение волнового потока на приповерхностный макротурбулентный слой, вызванный волновым движением, и нижерасположенный слой с фоновой гидродинамической турбулентностью. Выявлена отличительная особенность воздействия регулярных волн на турбулентный обмен по вертикали.

## Список литературы

1. Ferrer, M. A multi-region coupling scheme for compressible and incompressible flow solvers for 2-phase flow in a numerical wave tank / M. Ferrer // *Computer & Fluids*. — 2016. — Vol. 125. — P. 116–129.
2. Martínez-Ferrer, P. J. Improved numerical wave generation for modelling ocean and coastal engineering problems / P. J. Martínez-Ferrer, L. Qian, Z. Ma, D. M. Causon, C. G. Mingham // *Ocean Engineering*. — 2018. — Vol. 152. — P. 257–272.
3. John, M. H. Coastal-Trapped Waves Encyclopedia of Ocean Sciences / M. H. John // Academic Press. — 2019. — P. 598–605.
4. Numerical study on influences of breakwater layout on coastal waves, wave-induced currents, sediment transport and beach morphological evolution / J. Tang, Y. Lyu, Y. Shen, M. Zhang, M. Su // *Ocean Engineering*. — 2017. — Vol. 141. — P. 375–387.
5. Huang, B. Experimental and numerical modelling of wave forces on coastal bridge superstructures with box girders / B. Huang, B. Zhu, S. Cui, L. Duan, J. Zhang // *Ocean Engineering*. — 2018. — Vol. 149. — P. 53–77.
6. Sukhinov, A. I. Mathematical Model of Calculation of Coastal Wave Processes / A. I. Sukhinov, A. E. Chistyakov, E. F. Timofeeva, A. V. Shishenya // *Mathematical Models and Computer Simulations*. — 2013. — Vol. 5, no. 2. — P. 122–129.
7. Sukhinov, A. I. Mathematical Modeling of Sediment Transport in the Coastal Zone of Shallow Reservoirs / A. I. Sukhinov, A. E. Chistyakov, E. A. Protsenko // *Mathematical Models and Computer Simulations*. — 2014. — Vol. 6, no. 4. — P. 351–363.
8. Alekseenko, E. Nonlinear hydrodynamics in a mediterranean lagoon / E. Alekseenko, B. Roux and etc. // *Nonlinear Processes in Geophysics*. — 2013. — Vol. 20, no. 2. — P. 189–198.
9. Debolskaya, E. I. Vertical distribution of a pollutant in river flow: mathematical modeling / E. I. Debolskaya, E. N. Dolgoplova // *Water Resources*. — 2017. — Vol. 44, no. 5. — P. 731–737.
10. Nikitina, A. V. Optimal control of sustainable development in the biological rehabilitation of the Azov Sea / A. V. Nikitina, A. I. Sukhinov, G. A. Ugolnitsky, A. B. Usov // *Mathematical Models and Computer Simulations*. — 2017. — Vol. 9, no. 1. — P. 101–107.
11. Protsenko, S. Mathematical modeling of wave processes and transport of bottom materials in coastal water areas taking into account coastal structures / S. Protsenko, T. Sukhinova // *MATEC Web of Conferences*. — 2017. — Vol. 132.
12. Buzalo, N. Mathematical modeling of microalgae-mineralization-human structure within the environment regeneration system for the biosphere compatible city / N. Buzalo, P. Ermachenko, T. Bock, A. Bulgakov, A. Chistyakov, A. Sukhinov, E. Zhmenya, N. Zakharchenko // *Procedia Engineering*. — 2014. — Vol. 85. — P. 84–93.
13. Chorin, A. J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems / A. J. Chorin // *J. Comput. Phys.* — 1967. — Vol. 2, no. 1. — P. 12–26.
14. Hirt, C. W. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries / C. W. Hirt, B. D. Nichols // *Journal of Computational Physics*. — 1981. — Vol. 39, no. 1. — P. 201–225.

Поступила в редакцию 07.02.2023.

Поступила после рецензирования 27.02.2023.

Принята к публикации 28.02.2023.

## Об авторах:

**Елена Анатольевна Проценко**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, ведущий научный сотрудник Таганрогского института имени А. П. Чехова (филиал) Ростовского государственного экономического университета (РФ, 347936, г. Таганрог, ул. Инициативная, 48), [ORCID](#), [eapros@rambler.ru](mailto:eapros@rambler.ru)

**Панасенко Наталья Дмитриевна**, научный сотрудник Таганрогского института имени А. П. Чехова (филиал) Ростовского государственного экономического университета (РФ, 347936, г. Таганрог, ул. Инициативная, 48), [ORCID](#)

**Стражко Александр Валентинович**, научный сотрудник Таганрогского института имени А. П. Чехова (филиал) Ростовского государственного экономического университета (РФ, 347936, Таганрог, ул. Инициативная, 48), [ORCID](#)

## Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.