

Computational Mathematics and Information Technologies

Вычислительная
математика /
Computational
Mathematics

Математическое
моделирование /
Mathematical Modelling

Информационные
технологии /
Information Technologies





Computational Mathematics and Information Technologies

Рецензируемый научно-теоретический журнал

eISSN 2587–8999

Издается с 2017 года

Периодичность — 4 выпуска в год

DOI: 10.23947/2587–8999

Учредитель и издатель — Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет» (ДГТУ), г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Журнал «Computational Mathematics and Information Technologies» публикует обзоры, оригинальные статьи и краткие сообщения, посвященные математическому моделированию, численным методам и информационным технологиям для решения сложных и актуальных проблем науки и современной технологии. Область применения исследований — это механика сплошных сред, гидроаэродинамика, науки о Земле, химия, биология, обработка изображений и распознавание образов, теория параллельных вычислений и ее приложения, технологии больших баз данных и искусственного интеллекта и т. д.

Журнал «Computational Mathematics and Information Technologies» принимает к публикации научные и обзорные статьи в соответствии с разделами:

1. Вычислительная математика
2. Математическое моделирование
3. Информационные технологии

<i>Регистрация:</i>	Свидетельство о регистрации средства массовой информации ЭЛ № ФС 77 – 66529 от 21 июля 2016 г., выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций
<i>Индексация и архивация:</i>	РИНЦ, CrossRef, CyberLeninka
<i>Сайт:</i>	https://cmit-journal.ru
<i>Адрес редакции:</i>	344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
<i>E-mail:</i>	CMIT-EJ@yandex.ru
<i>Телефон:</i>	+7 (863) 273–85–14
<i>Дата выхода</i> <i>№ 3, 2026 в свет:</i>	30.09.2026





Computational Mathematics and Information Technologies

Peer-reviewed scientific and theoretical journal

eISSN 2587–8999

Published since 2017

Periodicity — 4 issues per year

DOI: 10.23947/2587–8999

Founder and Publisher — Don State Technical University (DSTU), Rostov-on-Don, Russian Federation

The journal “Computational Mathematics and Information Technologies” publishes reviews, original articles and short reports on mathematical modeling, numerical methods and information technologies for solving complex and topical problems of science and modern technology. Research areas include continuum mechanics, fluid dynamics, Earth sciences, chemistry, biology, image processing and pattern recognition, parallel computing theory and its applications, big database and artificial intelligence technologies, etc.

The journal “Computational Mathematics and Information Technologies” accepts scientific and review articles for publication in accordance with the sections:

1. Computational Mathematics
2. Mathematical Modelling
3. Information Technologies

<i>Registration:</i>	Mass media registration certificate ЭЛ № ФС 77–66529 dated July 21, 2016 issued by the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media
<i>Indexing and Archiving:</i>	RISC, Crossref, Cyberleninka
<i>Website:</i>	https://cmit-journal.ru
<i>Address of the Editorial Office:</i>	1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation
<i>E-mail:</i>	CMIT-EJ@yandex.ru
<i>Telephone:</i>	+7 (863) 273–85–14
<i>Date of publication</i> <i>No. 3, 2026:</i>	30.09.2026



Редакционная коллегия

Главный редактор, Сухинов Александр Иванович, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [MathSciNet](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#), sukhinov@gmail.com, spu-40.4@donstu.ru

Заместитель главного редактора, Якобовский Михаил Владимирович, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (Москва, Российская Федерация), [ScopusID](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#)

Ответственный секретарь, Петров Александр Пхоун Чжо, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (Москва, Российская Федерация), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#), [ИСТИНА](#)

Алексеев Елена В., кандидат физико-математических наук, PhD, профессор, Университет Литораль Кот д'Опаль, (Булонь-сюр-Мер, Франция), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [ORCID](#)

Гасилов Владимир Анатольевич, доктор физико-математических наук, профессор, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (Москва, Российская Федерация), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#)

Гущин Валентин Анатольевич, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, Институт автоматизации проектирования РАН (Москва, Российская Федерация), [ScopusID](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#)

Зиканов Олег Юрьевич, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, Университет штата Мичиган-Дирборн (Дирборн, Соединенные Штаты Америки), [ORCID](#), [SPIN-код](#)

Лазарева Галина Геннадьевна, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор РАН, Российский университет дружбы народов (Москва, Российская Федерация), [ScopusID](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#)

Петров Игорь Борисович, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, Московский физико-технический институт (государственный университет) (Москва, Российская Федерация), [ScopusID](#), [SPIN-код](#)

Поляков Сергей Владимирович, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (Москва, Российская Федерация), [ScopusID](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#)

Семенов Алексей Львович, доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН, академик РАО, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (Москва, Российская Федерация), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#)

Тишкин Владимир Федорович, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (Москва, Российская Федерация), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-код](#)

Четверушкин Борис Николаевич, академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор, научный руководитель Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (Москва, Российская Федерация), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#)

Чехонин Константин Александрович, доктор физико-математических наук, доцент, зам. директора Института прикладной математики ДВО РАН, руководитель (директор) Хабаровского отделения ИПМ ДВО РАН (Хабаровск, Российская Федерация), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#)

Чистяков Александр Евгеньевич, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#)

Шамолин Максим Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (Москва, Российская Федерация), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#)

Шананин Александр Алексеевич, академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор, Московский физико-технический институт (государственный университет) (Москва, Российская Федерация), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-код](#), [ORCID](#)

Эфендиев Ялчин, PhD, профессор, Техасский университет A&M (Колледж-Стейшен, Соединенные Штаты Америки), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#)

Editorial Board

Editor-in-Chief, Alexander I. Sukhinov, Corresponding member of RAS, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [MathSciNet](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#), sukhinov@gmail.com, spu-40.4@donstu.ru

Deputy Editor-in-Chief, Mikhail V. Yakobovskii, Corresponding Member of RAS, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences (Moscow, Russian Federation), [ScopusID](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#)

Executive Secretary, Alexander P. Petrov, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Leading Research Fellow, Institute of Control Sciences RAS (Moscow, Russian Federation), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#), [Istina](#)

Elena V. Aleksenko, Cand.Sci. (Phys. & Math.), Ph.D., Professor, University of Littoral Opal Coast (Boulogne-sur-Mer, France), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [ORCID](#)

Vladimir A. Gasilov, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences (Moscow, Russian Federation), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#)

Valentin A. Gushchin, Corresponding Member of RAS, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Professor, Institute of Computer Aided Design, Russian Academy of Sciences (Moscow, Russian Federation), [ScopusID](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#)

Oleg Yu. Zikanov, Cand.Sci. (Phys. & Math.), Professor, Head of Department, University of Michigan-Dearborn (Dearborn, United States of America), [ORCID](#), [SPIN-code](#)

Galina G. Lazareva, Corresponding member of RAS, Dr. Sci. (Phys. & Math), Professor of RAS, RUDN University, (Moscow, Russian Federation), [ScopusID](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#)

Igor B. Petrov, Corresponding Member of RAS, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Professor, Moscow Institute of Physics and Technology (State University) (Moscow, Russian Federation), [ScopusID](#), [SPIN-code](#)

Sergey V. Polyakov, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences (Moscow, Russian Federation), [ScopusID](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#)

Alexey L. Semenov, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor, Academician of the Russian Academy of Sciences, Academician of the Russian Academy of Education, Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russian Federation), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#)

Vladimir F. Tishkin, Corresponding Member of RAS, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences (Moscow, Russian Federation), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-code](#)

Boris N. Chetverushkin, Academician of RAS, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences (Moscow, Russian Federation), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#)

Konstantin A. Chekhonin, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Associate Professor, Deputy Director of the Institute for Applied Mathematics, Director of the Khabarovsk Branch of the Institute for Applied Mathematics, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences (Khabarovsk, Russian Federation), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#)

Alexander E. Chistyakov, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#)

Maxim V. Shamolin, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Professor, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russian Federation), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#)

Alexander A. Shananin, Academician of RAS, Dr.Sci. (Phys. & Math.), Professor, Moscow Institute of Physics and Technology (State University) (Moscow, Russian Federation), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [SPIN-code](#), [ORCID](#)

Yalchin Efendiev, PhD, Professor of Mathematics, Texas A&M University (College Station, United States of America), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#)

Содержание

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

- Численное моделирование сценария разлива плавучего нефтехранилища *Safer* в южной части Красного моря 7**
В.В. Сидорякина, В.А. Берая, В.А. Благин

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

- Задача поиска главных направлений точечного множества на плоскости и в пространстве 22**
Н.К. Волосова, К.А. Волосов, А.К. Волосова, М.И. Карлов, Д.Ф. Пастухов, Ю.Ф. Пастухов
- Математическое моделирование береговой линии Черного моря с учетом ее фрактальной структуры и построение сеток 31**
Н.М. Кодацкий, Ю.В. Белова
- Сравнительный анализ эффективности обнаружения загрязнений нефтепродуктами водных систем на основе предобученных нейросетевых моделей семейства *YOLO* и архитектур *SMDNetV4* и *PSPNet* ... 41**
И.А. Усенко, Д.А. Соломаха, О.В. Колгунова
- Индексный алгоритм детекции признаков водной эрозии почв по мультиспектральным данным *Sentinel-2* и его верификация на натурных данных территорий Ростовской области и Краснодарского края 49**
В.А. Благин, В.А. Берая

Contents

MATHEMATICAL MODELLING

Numerical Modelling of the <i>FSO Safer</i> Oil Spill Scenario in the Southern Red Sea	7
<i>V.V. Sidoryakina, V.A. Beraia, V.A. Blagin</i>	

INFORMATION TECHNOLOGIES

Determining the Principal Directions of a Point Set in the Plane and in Space	22
<i>N.K. Volosova, K.A. Volosov, A.K. Volosova, M.I. Karlov, D.F. Pastukhov, Yu.F. Pastukhov</i>	
Mathematical Modelling of the Black Sea Coastline Considering its Fractal Structure and Grid Generation	31
<i>N.M. Kodatsky, Yu.V. Belova</i>	
Comparative Analysis of the Effectiveness of Petroleum-Product Contamination Detection in Aquatic Systems Using Pre-Trained YOLO-Family Neural Network Models and the <i>SMDNetV4</i> and <i>PSPNet</i> Architectures	41
<i>I.A. Usenko, D.A. Solomakha, O.V. Kolgunova</i>	
An Index-Based Algorithm for Detecting Water Soil Erosion Indicators from <i>Sentinel-2</i> Multispectral Data and Its Verification on Field Data of Rostov Oblast and Krasnodar Krai	49
<i>V.A. Blagin, V.A. Beraia</i>	

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MATHEMATICAL MODELLING



УДК 519.63, 504.42

Оригинальное эмпирическое исследование

<https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-7-21>


Численное моделирование сценария разлива плавучего нефтехранилища *Safer* в южной части Красного моря

В.В. Сидорякина^{ID}, В.А. Берая^{ID}✉, В.А. Благин^{ID}

Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

✉ vberia@yandex.ru

Аннотация

Введение. Работа посвящена математическому моделированию сценариев аварийного разлива нефти в акватории Красного моря в районе расположения плавучего нефтехранилища (*FSO Safer*) у побережья Йемена. Построены прогностические траектории дрейфа нефтяного пятна, формирующиеся под влиянием адвекции, диффузии, испарения, растворения и биоразложения. Результаты моделирования позволили выявить пространственно-временные закономерности трансформации пятна, определить зоны наибольшего экологического риска вдоль йеменского побережья и оценить потенциальный ущерб для морских экосистем и социально-экономической инфраструктуры региона.

Материалы и методы. Разработана трёхмерная численная модель нефтяного разлива для прогноза переноса и выветривания нефти в первые 72 ч, наиболее важные для организации реагирования. Численная модель использует поверхностные течения и температуру глобального анализа *HYCOM GOF5* 3.1, ветер реанализа *ERA5*. При моделировании динамики нефти учитывался её многофракционный состав, мезомасштабный характер течений, физико-химические процессы выветривания (испарение и растворение), а также кинетика биоразложения с динамикой популяции микроорганизмов.

Результаты исследования. Результаты показывают медленное смещение пятна к северо-востоку со скоростью около 0,03 м/с (6,5 км за 72 ч) с выходом на побережье у Рас-Исы в первые сутки. Потеря массы за 72 ч составляет 23,4 %, из которых 96,7 % приходится на испарение и 3,3 % на растворение, тогда как вклад биоразложения при реалистичной биомассе микроорганизмов на этом горизонте не превышает 0,1 %. Дополнительно рассмотрен режим устойчивого северного переноса, выбранный по трёхлетнему ряду данных о течениях и ветрах периода 2023–2025 гг. С 29 января по 1 февраля 2023 г. пятно за трое суток проходит около 100 км на север вдоль побережья Йемена до островов Камаран, при этом потеря массы возрастает до 32 %.

Обсуждение. Для точного прогноза дрейфа требуются актуальные гидрометеорологические данные на дату сценария, так как траектория и дальность смещения задаются полями течений и ветра. В качестве исходных условий используются данные спутникового радиолокационного мониторинга.

Заключение. На основе открытых данных разработана воспроизводимая прогностическая модель нефтяного разлива для оперативного мониторинга и оценки экологических рисков в южной акватории Красного моря. Полученные результаты служат научным обоснованием для экстренного внедрения защитных мер и планирования региональных сценариев ликвидации последствий ЧС.

Ключевые слова: моделирование нефтяного разлива, оценка экологических рисков, перенос и выветривание нефти, испарение нефти, *HYCOM*, *ERA5*, дистанционное зондирование

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФ в рамках проекта № 22–11–00295–П, <https://rscf.ru/project/22-11-00295/>

Благодарности. Авторы выражают глубокую признательность и искреннюю благодарность член-корреспонденту РАН, доктору физико-математических наук, профессору А.И. Сухинову за обсуждение алгоритмов и результатов исследования, а также коллегам Огбамикаэль Нахом Самуэлю и Мебрахту Гирмай Зерее, которые при обучении в аспирантуре под руководством А.И. Сухинова провели предварительное исследование данной модели.

Для цитирования. Сидорякина В.В., Берая В.А., Благин В.А. Численное моделирование сценария разлива плавучего нефтехранилища *Safer* в южной части Красного моря. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(3):7–21. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-7-21>

Original Empirical Research

Numerical Modelling of the *FSO Safer* Oil Spill Scenario in the Southern Red Sea

Valentina V. Sidoryakina , Vladimir A. Beraia ✉, Vyacheslav A. Blagin 

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

✉ vberia@yandex.ru

Abstract

Introduction. This study is devoted to mathematical modeling of accidental oil spill scenarios in the Red Sea in the vicinity of the floating storage and offloading unit *FSO Safer* off the coast of Yemen. Predictive trajectories of oil-slick drift were constructed under the combined effects of advection, diffusion, evaporation, dissolution, and biodegradation. The modelling results made it possible to identify spatiotemporal patterns of slick transformation, determine the areas of greatest environmental risk along the Yemeni coast, and assess potential damage to marine ecosystems and the region's socioeconomic infrastructure.

Materials and Methods. A three-dimensional numerical oil-spill model was developed to predict oil transport and weathering during the first 72 h, which are most critical for mounting an emergency response. The numerical model uses surface currents and temperature from the *HYCOM GOFS 3.1* global analysis and winds from the *ERA5* reanalysis. Oil dynamics were simulated accounting for the multifraction composition of the oil, the mesoscale character of the currents, physicochemical weathering processes (evaporation and dissolution), and biodegradation kinetics coupled with microbial population dynamics.

Results. The results show a slow northeastward displacement of the slick at a velocity of approximately 0.03 m/s (6.5 km over 72 h), with landfall near Ras Isa during the first day. Mass loss over 72 h is 23.4%, of which 96.7% is due to evaporation and 3.3% is due to dissolution, whereas the contribution of biodegradation at realistic microbial biomass levels does not exceed 0.1% over this time horizon. In addition, a regime of persistent northward transport was considered, selected from a three-year series of current and wind data for 2023–2025. From January 29 to February 1, 2023, the slick travels approximately 100 km northward along the Yemeni coast to the Kamaran Islands in three days, while mass loss increases to 32%.

Discussion. Accurate drift forecasting requires up-to-date hydrometeorological data for the scenario date because the trajectory and displacement distance are determined by the current and wind fields. Satellite radar monitoring data are used as initial conditions.

Conclusion. A reproducible predictive oil-spill model based on open data was developed for operational monitoring and environmental risk assessment in the southern Red Sea. The results provide a scientific basis for the urgent implementation of protective measures and for planning regional emergency-response scenarios.

Keywords: oil spill modelling, environmental risk assessment, oil transport and weathering, evaporation, *HYCOM*, *ERA5*, remote sensing

Funding. The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 22–11–00295–II, <https://rscf.ru/en/project/22-11-00295/>

Acknowledgements. The authors express their deep appreciation and sincere gratitude to A.I. Sukhinov — Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, and Professor for discussing the algorithms and research results, as well as to colleagues Ogbamikael Nahom Samuel and Mebrahtu Girmay Zeree, who conducted a preliminary study of this model while pursuing their postgraduate studies under A.I. Sukhinov's supervision.

For Citation. Sidoryakina V.V., Beraia V.A., Blagin V.A. Numerical Modelling of the *FSO Safer* Oil Spill Scenario in the Southern Red Sea. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(3):7–21. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-7-21>

Введение. Уязвимость морских экосистем перед антропогенным воздействием требует внедрения передовых методов прогнозирования экологических катастроф. Среди потенциальных угроз наиболее опасными являются разливы нефти, влекущие за собой долгосрочные деструктивные последствия для экологии, экономики и социальной сферы [1]. Ярким примером подобной угрозы в акватории Красного моря являлось критическое состояние плавучего нефтехранилища *FSO Safer*, пришвартованного у терминала Рас-Иса (15°07' с. ш., 42°36' в. д.) в территориальных водах Йемена. До 2023 года судно, имевшее на борту 1,14 млн баррелей (1,55·10⁸ кг) сырой нефти, создавало беспрецедентные риски для уникального биоразнообразия региона [2]. Несмотря на то, что летом 2023 г. ООН успешно перекачала этот объем на танкер *Yemen*, сменивший аварийное судно на той же стоянке, моделирование сценария потенциального разлива указанного объема в районе Рас-Исы сохраняет свою научно-практическую актуальность.

Красное море представляет собой уникальный объект для моделирования нефтяных разливов из-за его узкой топографии, сезонно меняющегося ветрового режима и сложной динамики мезомасштабной циркуляции [3]. Эти факторы существенно осложняют прогнозирование переноса и трансформации нефти, требуя применения трехмерных моделей, комплексно учитывающих адвекцию, диффузию, испарение, растворение и биоразложение. Хотя модели нефтяных разливов активно применяются по всему миру [4, 5], в том числе и для акватории Красного моря (например, лагранжевы модели Periañez [6]; Mittal [7]), лишь немногие из них учитывают специфику его гидродинамического режима или включают динамическую кинетику микробной деградации. Данное исследование призвано восполнить этот пробел.

Авторами предложена численная модель сценария разлива с *FSO Safer* для 72-часового окна реагирования и выполнена оценка сопутствующих экологических рисков.

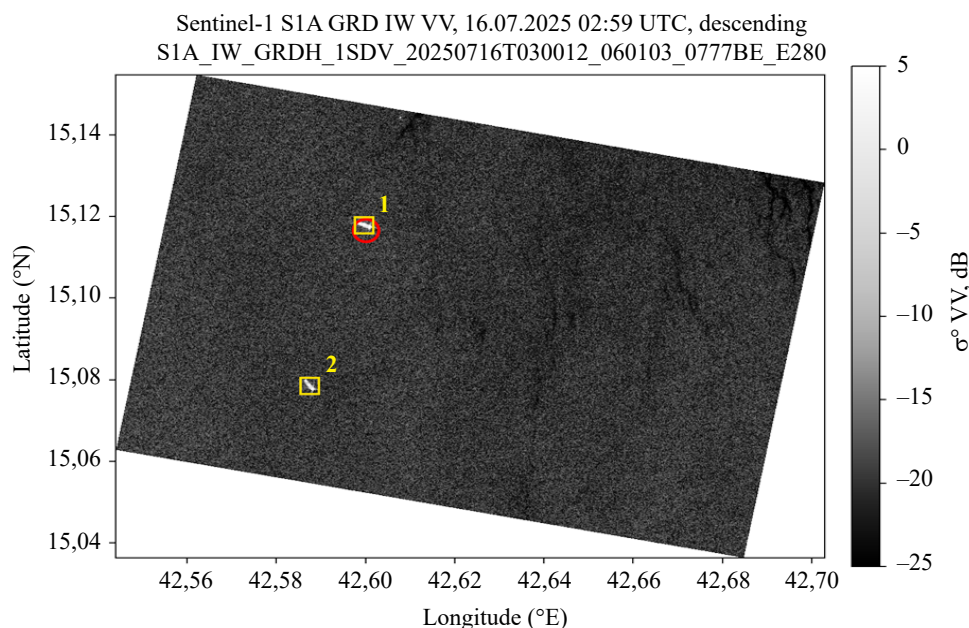


Рис. 1. Радиолокационный снимок *Sentinel-1A* (данные получены с помощью *Copernicus Sentinel-1* [8], *ESA*, продукт *GRD*; обработка авторов)

На рис. 1 используется режим *IW*, поляризация *VV*, 16.07.2025, 02:59 UTC района стоянки *FSO Safer* у мыса Рас-Иса. Яркость — удельная эффективная площадь рассеяния σ^0 , дБ. Обозначение 1 — судно у точки стоянки *Safer* (длина по снимку ≈ 380 м), 2 — второе судно в 4,5 км к юго-западу (≈ 340 м); красный круг — координаты стоянки по каталогу инцидентов ($15,117^\circ$ N, $42,600^\circ$ E). Отождествление судов с *FSO Safer* (362 м) и танкера *Yemen* выполнено по положению и размеру, данные АИС не привлекались.

Ключевые новшества работы включают:

- Положение объектов, о которых идёт речь, иллюстрируют радиолокационные снимки *Sentinel-1* (рис. 1). На снимке 16.07.2025 г. у Рас-Исы различимы два крупнотоннажных судна — у точки стоянки *Safer* и в 4,5 км к юго-западу от неё, что согласуется с сообщениями о нахождении в этом районе *FSO Safer* и принявшего нефть танкера *Yemen*. На снимке 05.09.2020 г., относящемся к периоду мониторинга до перекачки, у точки стоянки находится одно судно. Радиолокационная съёмка в *C*-диапазоне не зависит от освещённости и облачности и поэтому рассматривается ниже как основной источник начальных условий для оперативного прогноза.

- Консервативная конечно-объёмная схема переноса, сохраняющая массу без искусственной коррекции.
- Параметризации, специфичные для фракций и испарения (с зависимостью давления пара от температуры), растворения и биоразложения; свободные параметры откалиброваны по массовому балансу сценария.
- Высокоточное экологическое воздействие, учитывающее суточные вариации ветра, температуры и течений.

Работа не только отвечает на острый практический вызов, но и развивает методологию моделирования нефтяных разливов [8, 9]. Результаты обосновывают необходимость упреждающих действий и предлагают научный базис для региональных планов ликвидации аварий. Это связывает океанографическую науку с прикладным экологическим управлением.

Материалы и методы. В данном исследовании разработана численная модель для симуляции сценария нефтяного разлива на основе плавучего склада и разгрузки (*FSO*) в Йемене в Красном море, с параметрами, откалиброванными по массовому балансу сценария. Методология интегрирует процессы адвекции, диффузии, испарения, биоразложения и растворения. Модель реализована на *Python (NumPy)* с фиксированным шагом времени и консервативной потоковой формой переноса, обеспечивающей сохранение массы и численную устойчивость;

исходный вариант, использовавший поля *ROMS* [10], служил для контроля. Ниже подробно описаны настройка симуляции, управляющие уравнения, численные методы, входные данные и процедуры валидации.

1. Настройка численного моделирования и используемые параметры. Симуляция моделирует выброс $1,55 \cdot 10^8$ кг (1,14 миллиона баррелей) нефти в определенной точке (14,6 °N, 42,7 °E) в Красном море, с начальным радиусом распространения пяти ячеек сетки. Продолжительность симуляции составляет 72 ч с фиксированным шагом времени 15 с для баланса между вычислительной эффективностью и численной стабильностью.

Параметры: коэффициент горизонтальной диффузии $D_h = 10$ м²/с, горизонтальная вязкость $\mu_h = 2,8 \cdot 10^{-7}$ м²/с, скорость распада микроорганизмов $\lambda = 5,6 \cdot 10^{-6}$ с⁻¹, скорость роста $q = 4,2 \cdot 10^{-8}$ с⁻¹ с лаг-фазой 24 ч, коэффициент массопереноса при испарении $K_E = 4,35 \cdot 10^{-4}$ м/с, скорость растворения $k_d = 3,4 \cdot 10^{-8}$ с⁻¹, константа полунасыщения $K_S = 1$ кг/м², начальная концентрация микроорганизмов $M_0 = 10^{-3}$ кг/м², выход биомассы $Y = 0,4$. Нефть разделена на три фракции с различными молекулярными массами (0,3, 0,5, 0,8 кг/моль), молярными долями (0,2, 0,3, 0,5), растворимостями (0,05, 0,02, 0,01 кг/м³) и давлениями паров при 25 °C (5, 3, 1 Па), пересчитываемыми по температуре с использованием уравнений Клаузиуса–Клапейрона с теплотой испарения 40, 50, 60 кДж/моль. Динамические погодные условия, включая температуру (25 °C базовая с суточным изменением 5 °C), заданы по температуре поверхности *HYCOM* с наложенным суточным ходом амплитудой 5 °C и максимумом через 6 ч после начала расчёта; период расчёта — 1–4 мая 2020 г.

2. Входные данные. Модель использует поверхностные течения, температуру, солёность и уровень глобального анализа *HYCOM GOFS 3.1* [11] (1/12°, 3 ч) и ветер на 10 м реанализа *ERA5* [12] (0,25°, 1 ч) за 1–4 мая 2020 г., интерполированные билинейно на регулярную сетку модели с шагом около 860 м по долготе и 890 м по широте (0,008°) в области 41,6–43,4° в. д., 12,8–15,6° с. ш. (225×350 ячеек). Скорость дрейфа плёнки складывается из скорости течения и 3 % скорости ветра [13]. Пропуски температуры заменяются значением 25 °C. Площади ячеек вычисляются по метрикам сетки (pm , pn). Маска суши построена по береговой линии *GSHHG*; поток через грани, примыкающие к суше и к границам области, равен нулю.

3. Управляющие уравнения. Динамика нефтяного разлива регулируется набором дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих транспортировку и судьбу нефтяных фракций. Для каждой фракции α концентрация нефти на поверхности $c_\alpha(x, y, t)$ кг/м², для $\alpha = 1, 2, 3$, развивается согласно [14–32]:

$$\frac{\partial c_\alpha}{\partial t} = -\nabla \cdot (uc_\alpha) + D_h \nabla^2 c_\alpha - E_\alpha - q \frac{Mc_\alpha}{K_S + c_\alpha} - k_d c_\alpha \left(1 - \frac{\phi_\alpha}{S_\alpha}\right), \quad (1)$$

где u — скорость дрейфа плёнки, м/с; D_h — коэффициент горизонтальной диффузии, м²/с; E_α — поток испарения, кг/м²·с; q — скорость роста микроорганизмов, с⁻¹; M — концентрация микроорганизмов, кг/м²; K_S — константа полунасыщения, г/м²; k_d — скорость растворения, с⁻¹; ϕ_α — концентрация растворённой нефти в верхнем слое, кг/м³; S_α — растворимость, кг/м³.

Область покрытия первоначальным неразорвавшимся нефтяным пятном обозначим σ (круг радиусом 5 ячеек с центром в точке выброса); γ — область, описывающая поверхностные слои водоёма на границе с сушей; $\vec{n}$ — вектор внешней нормали к поверхности, описывающей границу расчётной области. Уравнение (1) дополняется начальными и граничными условиями:

$$c_\alpha|_{t=0} = \begin{cases} 0, & (x, y) \notin \sigma, \\ c_{\alpha 0}, & (x, y) \in \sigma, \end{cases} \quad \frac{\partial c_\alpha}{\partial \vec{n}} = 0, \quad (x, y) \in \gamma,$$

где $c_{\alpha 0}$ — концентрация фракции номера α нефти в первоначальном пятне, $c_{\alpha 0} = \left(x_\alpha m_\alpha M_0^p / |\sigma| \sum_\beta x_\beta m_\beta \right)$; M_0^p — масса разлива, $M_0^p = 1,55 \cdot 10^8$ кг; X_α , m_α — молярные доли и молярные массы фракций нефти; $|\sigma|$ — площадь пятна.

На боковых гранях расчётной области, проходящих по воде, ставятся условия:

$$c_\alpha = c'_\alpha, \quad \text{если } u_{\vec{n}} < 0,$$

$$\frac{\partial c_\alpha}{\partial \vec{n}} = 0, \quad \text{если } u_{\vec{n}} \geq 0,$$

где $u_{\vec{n}}$ — проекция вектора скорости на внешнюю нормаль $\vec{n}$ к границе, c'_α — известные значения концентраций [33].

Изменение концентрации растворённой нефти ϕ_α в водной толще описывается [14]:

$$\frac{\partial \phi_\alpha}{\partial t} = -\nabla \cdot (w\phi_\alpha) + \mu_v \frac{\partial^2 \phi_\alpha}{\partial z^2} + \frac{k_d c_\alpha}{\Delta z} \left(1 - \frac{\phi_\alpha}{S_\alpha}\right) \delta_{k1}, \quad (2)$$

где w — вертикальная скорость, м/с; μ_v — коэффициент вертикальной диффузии, $\mu_v = 10^{-3}$ м²/с, Δz — толщина слоя. В расчётах принято: $w = 0$, $\Delta z = 1$.

Пусть ось z направлена вниз от свободной поверхности, $0 < z < L_z$, $L_z = 20$ м и Ω_0 — часть свободной поверхности водоёма, на которой нефть образует пятно. Уравнение (2) дополняется начальными и граничными условиями:

$$\begin{aligned}\phi_\alpha|_{t=0} &= 0, \\ \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial z}\bigg|_{z=0} &= -\frac{k_d c_\alpha}{\mu_v} \left(1 - \frac{\phi_\alpha}{S_\alpha}\right), (x, y) \in \Omega_0, \quad \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial z}\bigg|_{z=0} = 0, (x, y) \notin \Omega_0, \\ \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial z}\bigg|_{z=L_z} &= 0.\end{aligned}$$

Концентрация микроорганизмов $M(x, y, z)$ развивается как [14]:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \mu_h \nabla^2 M + Yq \sum_{\alpha} \frac{c_\alpha M}{K_s + c_\alpha} - \lambda M, \quad (3)$$

где μ_h — горизонтальная вязкость, $\text{м}^2/\text{с}$; λ — скорость распада микроорганизмов, с^{-1} ; Y — выход биомассы.

Уравнение (3) дополняется начальными и граничными условиями на γ и на боковых гранях расчётной области [14]:

$$M|_{t=0} = M_0, \quad \frac{\partial M}{\partial \vec{n}} = 0,$$

где M_0 — начальная концентрация микроорганизмов — деструкторов нефти.

Поток испарения E_α следует формулировке Маккея–Мацугу, зависящей от температуры [15]:

$$E_\alpha = K_E \frac{P_\alpha(T) X_\alpha m_\alpha}{R(T + 273,15)}, \quad P_\alpha(T) = P_\alpha^{25} \exp\left[-\frac{\Delta H_\alpha}{R} \left(\frac{1}{T + 273,15} - \frac{1}{298,15}\right)\right], \quad (4)$$

где K_E — коэффициент массопереноса, $\text{м}/\text{с}$; P_α^{25} — давление паров при 25°C , Па; ΔH_α — теплота испарения, Дж/моль; X_α — текущая молярная доля фракции в плёнке, m_α — молекулярная масса, кг/моль; R — газовая постоянная, $R = 8,314$ Дж/моль·К; T — температура, $^\circ\text{C}$. Молярные доли пересчитываются по составу плёнки в каждой ячейке.

4. Численные методы. Модель использует конечно-разностную схему с аппроксимацией конвективных членов на основе схем первого порядка точности относительно шагов пространственной сетки, ориентированных против потока, для обеспечения численной устойчивости, а также при ограничении пограничных потоков до нулевых значений для предотвращения искусственных притоков. Диффузия аппроксимируется с использованием симметричных схем центральных разностей, а члены источников/стоков (испарение, биоразложение, растворение) интегрируются явно с использованием метода Эйлера. Аппроксимация адвективных и диффузионных членов выполнена на основе метода баланса с сохранением потоков на границах ячеек. Поэтому суммарная масса в дискретной модели сохраняется с точностью до ошибок округления без какой-либо коррекции. Стоки на каждом шаге ограничиваются запасом нефти в ячейке после переноса, что исключает отрицательные концентрации. Баланс массы (плавающая и растворённая нефть, испарение, биоразложение, растворение) выводятся и анализируются на каждом временном шаге с использованием относительной нормы невязки, которая за 72 ч не превышает 10^{-12} относительно начальной массы. Скорость роста микроорганизмов нарастает в течение первых 24 ч, моделируя лаг-фазу.

Область моделирования дискретизируется: по горизонтали — на регулярной сетке 225×350 ячеек с шагом около 860 м по долготе и 890 м по широте ($0,008^\circ$); по вертикали используется 20 ячеек ($H = 20$ м). Распределения концентраций нефти записываются каждые 12 ч, фиксируя распределения как на поверхности, так и на глубине. Дисперсия количественно определяется путем вычисления стандартного отклонения распределения массы нефти в направлениях долготы и широты на каждом временном шаге. В результате численного моделирования получены временные ряды общей массы нефти, скорости потери массы (испарение, биоразложение, растворение), кумулятивные потери массы и значения дисперсии. Пространственные визуализации генерируются с использованием логарифмической шкалы для массы нефти в ячейке, с береговой линией и шкалой 10 км. Результаты численного моделирования сохраняются в виде файлов *PNG* и файла *NetCDF*, содержащего временные ряды и окончательное распределение нефти.

Методология объединяет реалистичный форсинг из открытых данных с консервативной численной схемой и воспроизводимым конвейером расчёта, что позволяет проверять и уточнять результаты. Следует отметить, что схема переноса первого порядка вносит схемную диффузию $D_{num} \approx |u| \Delta x / 2$, которая при $|u| = 0,1 \div 0,3$ м/с и $\Delta x \approx 0,9$ км составляет $50 \div 130$ $\text{м}^2/\text{с}$ и на два порядка превышает заданный коэффициент D_h ; расплывание пятна в расчёте определяется ею. Переход к схеме второго порядка с ограничителем — предмет следующей версии модели.

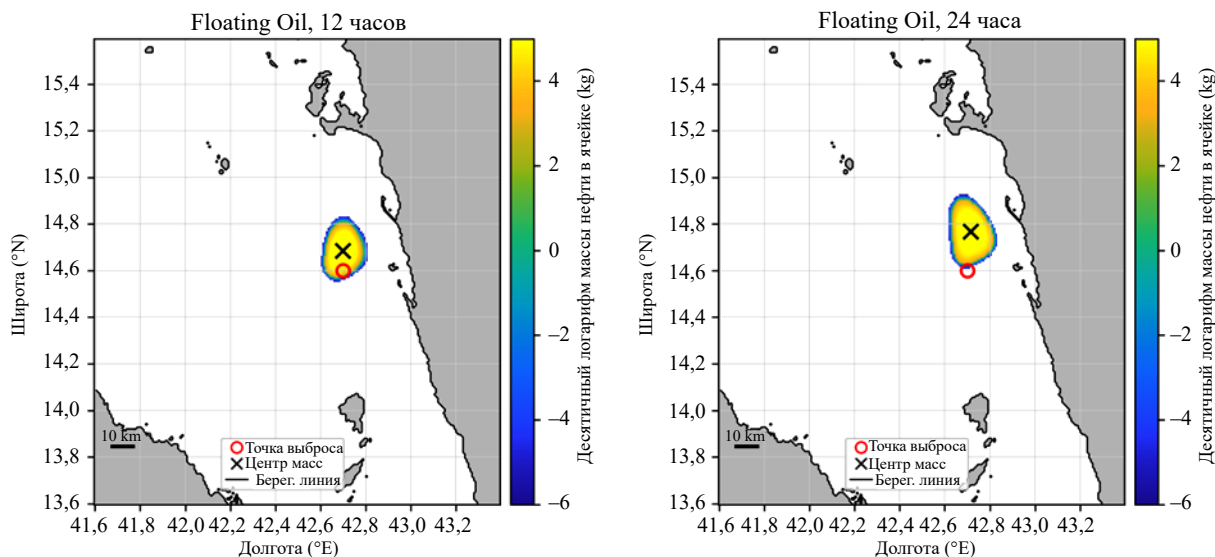
5. Программная реализация и вычислительные ресурсы. Модель реализована на языке *Python 3.10.6* в виде конвейера из одиннадцати сценариев (загрузка исходных данных, построение полей форсинга, расчёт, калибровка, построение рисунков, сравнение версий и заполнение текста статьи), управляемого единым файлом настроек; все промежуточные результаты сохраняются в форматах *NetCDF* и *CSV*, что обеспечивает воспроизводимость каждого рисунка и каждого числа. Численное ядро написано на *NumPy* с векторизацией операций по

пространству; *SciPy* применяется для интерполяции полей форсинга на расчётную сетку, *xarray* и *netCDF4* — для работы с данными *NetCDF*, *Matplotlib* — для построения рисунков, *Shapely* и *pyproj* — для построения маски суши по береговой линии *GSHHG* 2.3.7 [16]. Корректность ядра контролируется набором из девяти модульных тестов (*pytest*), включающих проверку сохранения массы с относительной точностью 10^{-12} и переноса пятна на заданное расстояние в однородном поле скорости; точные версии всех пакетов фиксируются в файле *env_lock.txt*, входящем в состав результатов каждого расчёта. Входные данные — поля течений, температуры, солёности и уровня моря *HYCOM GOFS* 3.1 (разрешение $1/12^\circ$, шаг 3 ч) и приводный ветер реанализа *ERA5*, полученный через архивный интерфейс *Open-Meteo* [17], — загружаются автоматически по датам расчётного окна. Расчёты выполнены на рабочей станции с процессором *AMD Ryzen Threadripper 2990WX* (32 ядра, 64 потока) и 80 ГБ оперативной памяти; графический ускоритель не задействован, каждый расчёт выполняется одним процессом на одном ядре. Расчётная сетка содержит 225×350 ячеек размером $0,008^\circ$; за 72 ч модельного времени выполняется 17280 шагов по 15 с при числе Куранта 0,016. Один расчёт 72-часового сценария занимает около 10 минут, чему способствует ограничение вычислений активной областью пятна. Примерные затраты чистого машинного времени на получение представленных результатов для каждого сценария, составили около 7,7 процессорных часов: перебор 16 вариантов трактовки размерностей и формулировок (2,7 ч, восемь параллельных расчётов), два круга калибровки параметров K_E , k_d и M_0 по контрольным характеристикам исходной реализации (89 расчётов, 4,8 ч) и финальные расчёты для исходной и уточнённой параметризаций.

Результаты исследования.

1. Пространственная эволюция нефтяного пятна. Пространственное распределение плавающей нефти, изображенное на рис. 2 для 12, 24, 36, 48, 60 и 72 ч, показывает динамическую эволюцию, обусловленную адвекцией, диффузией, испарением, растворением и биоразложением. Через 12 ч нефтяное пятно формирует эллиптическую область, сосредоточенную около места разлива ($14,6^\circ\text{N}$, $42,7^\circ\text{E}$), с максимальной массой нефти на ячейку около $1,7 \cdot 10^6$ кг, имеющее концентрированное ядро. Центр масс, обозначенный символом $\langle X \rangle$, под действием поверхностного течения и ветрового дрейфа (3 % скорости ветра) смещается на север или северо-восток. За 24 ч дрейфа пятно расширяется и его северный край достигает побережья у Рас-Исы.

По мере продвижения ко времени 36 и 48 ч пятно продолжает рассеиваться, с максимальной массой нефти на ячейку около $1,0 \cdot 10^6$ кг, что указывает на значительную потерю массы из-за испарения и растворения. Центр масс смещается медленно, в пределах нескольких километров, в соответствии с изменениями ветра и полем поверхностной скорости, определенным на основе модели *HYCOM*. К 60 и 72 ч интенсивность пятна уменьшается, с максимальной массой нефти на ячейку около $7,8 \cdot 10^5$ кг, а центр масс стабилизируется у берега. За 72 ч центр масс проходит 13,8 км от точки выброса (средняя скорость $0,03$ м/с, азимут 60°); часть нефти накапливается у береговой линии, поскольку поток через грани, примыкающие к суше, равен нулю.



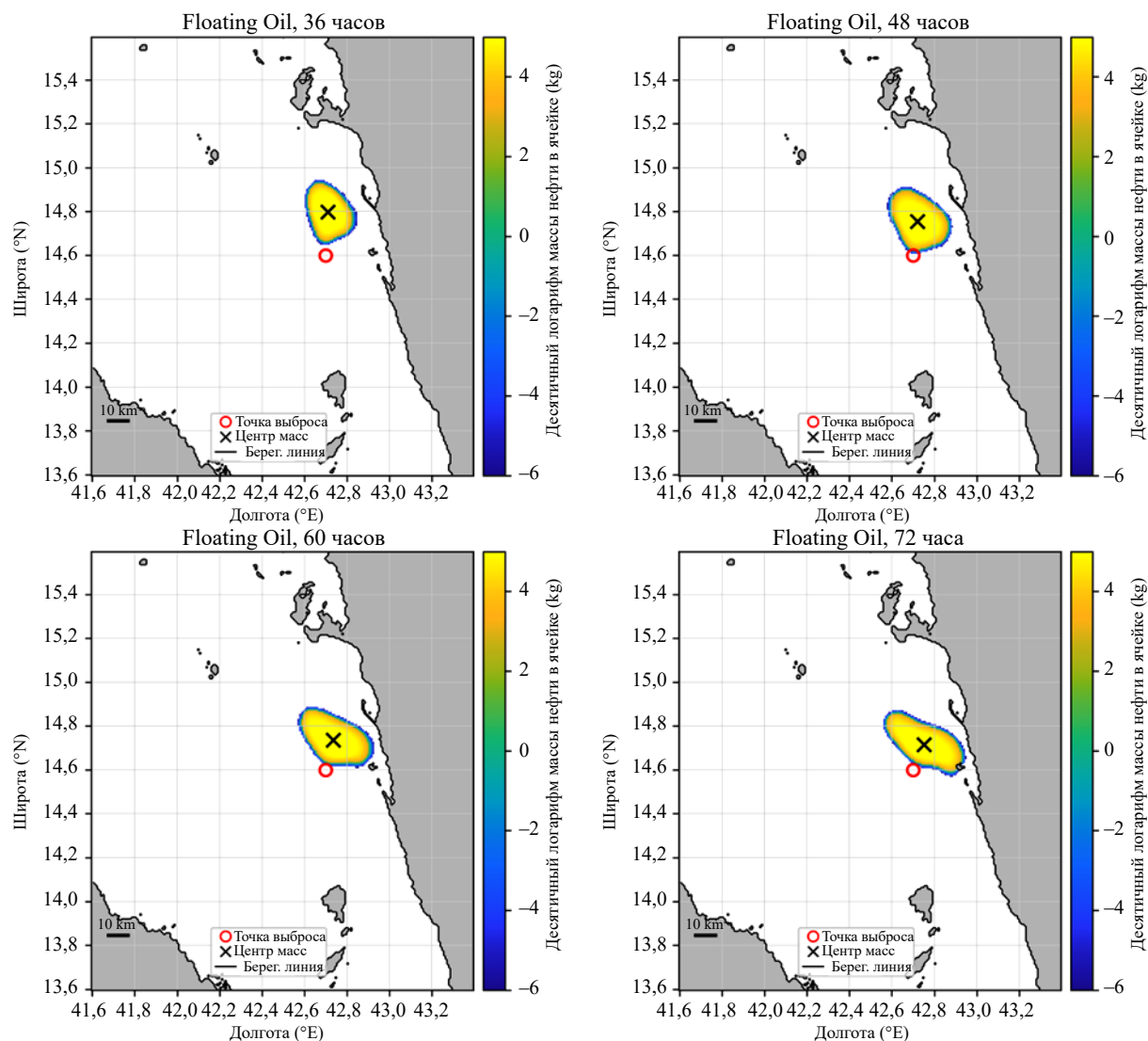


Рис. 2. Снимок транспортировки нефти на поверхности воды каждые 12 часов

2. Временной баланс массы и процессы ее потери. Временная эволюция массы нефти изображена на рис. 3. Общая масса нефти уменьшается с начальных 155040000 кг до примерно 118800000 кг за 72 ч, что составляет сокращение примерно на 23,4 %. Это снижение обусловлено тремя основными механизмами потери: испарением, биоразложением и растворением.

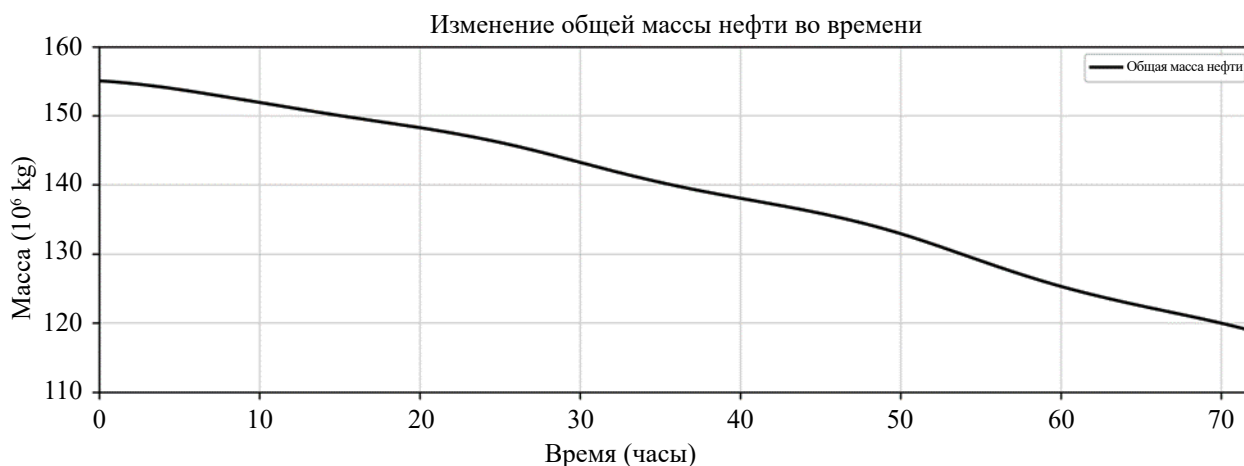


Рис. 3. Общая масса дрейфующей нефти в период с 1 по 3 мая 2020 г.

Скорости потери массы (рис. 4) демонстрируют колебательное поведение из-за суточных вариаций температуры и ветра. Испарение доминирует изначально, достигая пика около 222 кг/с (максимум в 53 ч), отражая высо-

кие давления паров (5, 3, 1 Па, масштабированные на 1,5) нефтяных фракций. Биоразложение при реалистичной начальной биомассе ($M_0 = 10^{-3}$ кг/м²) и лаг-фазе 24 ч за 72 ч пренебрежимо мало (в среднем менее $3 \cdot 10^{-3}$ кг/с); растворение даёт в среднем 4,67 кг/с.

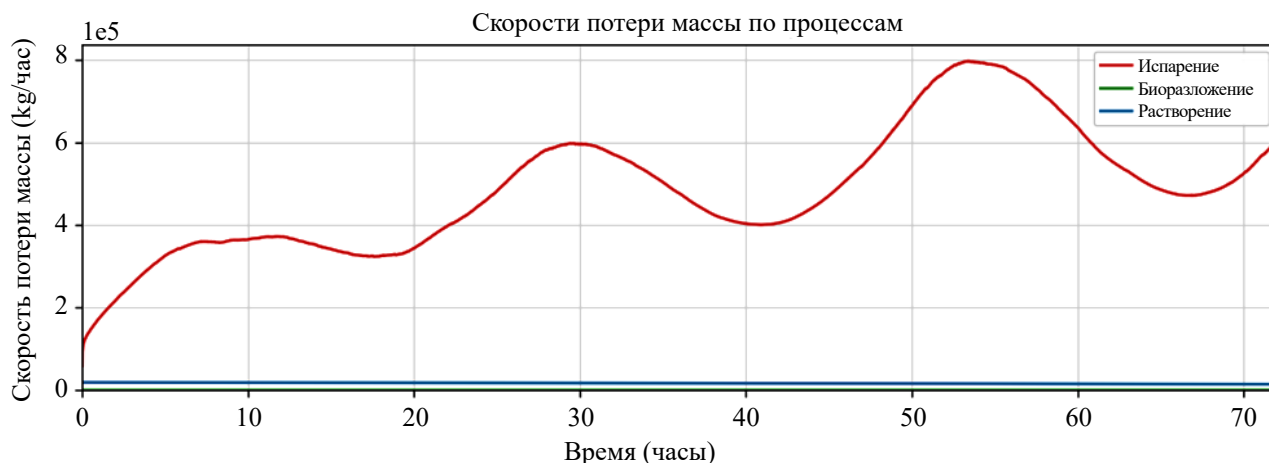


Рис. 4. Скорость потери массы за период с 1 по 3 мая 2020 г. Испарение достигает пика в середине дня и снижается до локального минимума ночью из-за изменений атмосферной температуры в течение дня

Кумулятивная потеря массы, изображенная как площадной график (рис. 5), показывает, что испарение составляет наибольшую долю (примерно 96,7 % от общей потери), за ним следует растворение (3,3 %), а вклад биоразложения при реалистичной биомассе микроорганизмов к 72 ч составляет менее 0,1 %. Искусственная коррекция массы не применялась: консервативная потоковая форма сохраняет массу сама, невязка баланса за 72 ч не превышает 10^{-12} начальной массы.

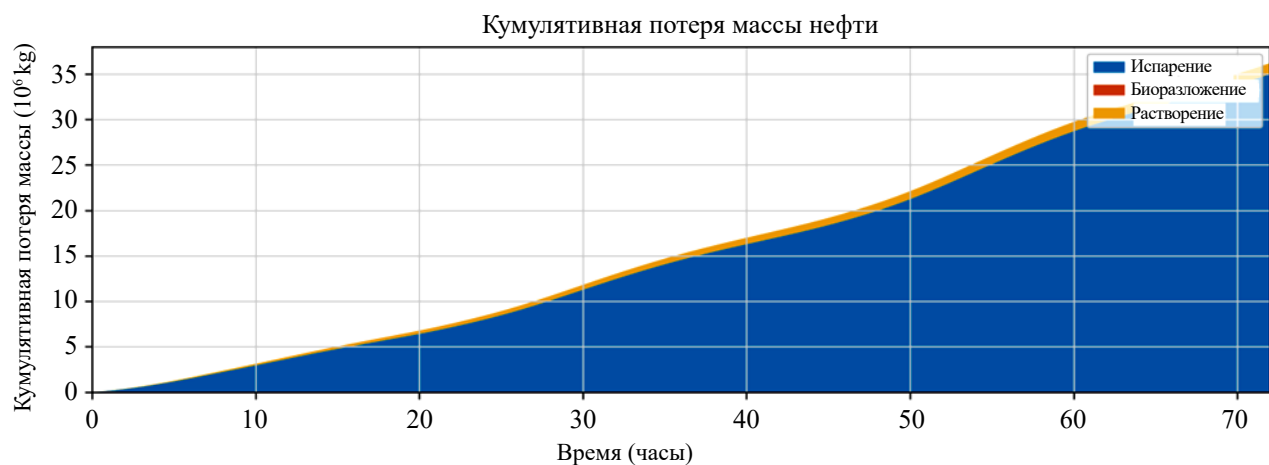


Рис. 5. Доля испарения в потерях составляет 96,7 %, растворения 3,3 %, биоразложения менее 0,1 %

3. Дисперсия нефтяного пятна. Дисперсия нефтяного пятна, количественно определенная стандартным отклонением в направлениях долготы x и широты y , увеличивается со временем (рис. 6). Через 12 ч стандартное отклонение по долготе составляет примерно 2,6 км, увеличиваясь до 6,2 км к 72 ч (по широте $3,6 \rightarrow 4,0$ км). Продольная дисперсия (синяя линия) слегка превышает широтную дисперсию (красная линия), отражая анизотропную природу полей течений и ветра. Этот рост определяется схемной диффузией противопоточной схемы первого порядка ($D_{num} \approx |u| \Delta x / 2$, порядка 10^2 м²/с) и сдвигом скорости течения; заданный коэффициент $D_h = 10$ м²/с даёт за 72 часа диффузионный прирост σ около 2,3 км, что меньше вклада схемной диффузии. Постоянный рост предполагает, что пространственный охват пятна продолжает увеличиваться, даже при уменьшении массы, из-за совместного эффекта экологического воздействия и диффузионного транспорта.

Полученные результаты имеют значительные последствия для реагирования на нефтяные разливы в Красном море. Быстрая начальная дисперсия и потеря массы предполагают, что усилия по сдерживанию должны быть приоритетными в первые 24 ч. Доминирование испарения подчеркивает необходимость мониторинга качества воздуха, в то время как вклад биоразложения указывает на потенциал стратегий биоремедиации. Направление дрейфа полностью определяется полем течений и ветра конкретных суток: при условиях 1–4 мая 2020 г. под удар попадает ближайшее побережье у Рас-Исы, поэтому подготовка должна опираться на оперативный прогноз, а не на типовое направление.

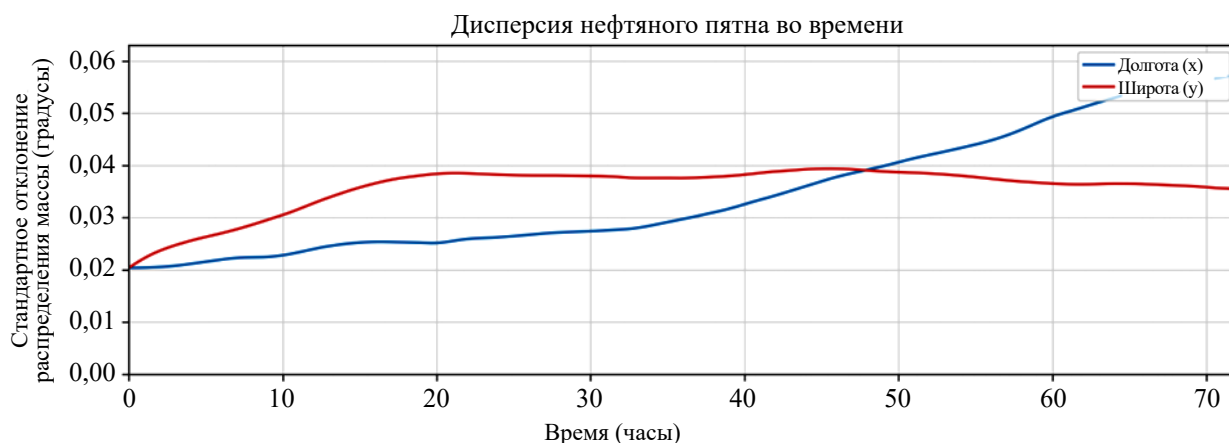


Рис. 6. Дисперсия нефти за первые три дня мая

4. Дополнительный случай: режим устойчивого северного переноса. Базовый сценарий рассчитан для условий 1–4 мая 2020 г. Чтобы оценить, как далеко может уйти пятно при наиболее благоприятных для переноса условиях, по трёхлетнему ряду наблюдений 2023–2025 гг. в точке выброса (поверхностное течение *HYCOM*, осреднённое по квадрату $a \pm 0,1^\circ$, плюс 3 % скорости ветра *ERA5*, шаг 3 ч) для каждого 72-часового окна со сдвигом 3 ч вычислены средняя скорость дрейфа S и сонаправленность $C = |\dot{V}| / S$, где $\dot{V}$ — средний вектор дрейфа за окно ($C = 1$ означает, что все 24 вектора направлены одинаково). Из 8744 окон порог $C \geq 0,9$ прошли 5667 (64,8 %), и во все три года среди них преобладает северное направление (табл. 1), что соответствует зимнему поверхностному притоку в Красное море через Баб-эль-Мандебский пролив [18, 19]. Среди прошедших порог окон выбрано окно с максимальной скоростью: 29.01.2023 15:00 — 01.02.2023 15:00 UTC ($S = 0,623$ м/с, из них течение 0,298 м/с, $C = 0,997$, азимут 350° , ожидаемое смещение 160,9 км).

Таблица 1

Окна длительностью 72 ч с сонаправленностью дрейфа $C \geq 0,9$ в точке выброса по годам
(ряд *HYCOM* + *ERA5*, шаг 3 часа)

Год	Окон с $C \geq 0,9$	Доля от всех окон, %	Максимальная S , м/с	Преобладающий азимут
2023	1953	66,9	0,62	354°
2024	1942	66,3	0,58	3°
2025	1772	61,2	0,61	15°

Расчёт для этого окна выполнен той же моделью с теми же параметрами, что и базовый сценарий; расчётная область расширена до $14,0\text{--}17,1^\circ$ с. ш. Результаты приведены на рис. 7–9 и в таблице 2. За 72 ч центр масс смещается на 102 км по азимуту 346° (средняя скорость 0,4 м/с) и к концу расчёта находится в точке $15,71^\circ$ с. ш., $42,40^\circ$ в. д.; пятно проходит между островом Камаран и материковым берегом (рис. 9), его северный фронт достигает 16° с. ш., а часть нефти накапливается у береговой линии (максимальная масса в ячейке около $9,1 \cdot 10^6$ кг против $7,8 \cdot 10^5$ кг в базовом сценарии в базовом сценарии). Потеря массы за 72 ч составляет 32,0 % (испарение — 97,7 %, растворение — 2,3 %; масса к 72 ч — $105,4 \cdot 10^6$ кг): растягивание плёнки вдоль траектории увеличивает её площадь и пик испарения возрастает до 295 кг/с. Стандартное отклонение распределения массы по широте достигает 13,0 км против 4,0 км в базовом сценарии при близких значениях по долготе (8,4 км и 6,2 км).

Таблица 2

Сравнение базового сценария (1–4 мая 2020 г.) и режима устойчивого северного переноса
(29.01.2023 15:00 — 01.02.2023 15:00 UTC)

Показатель	Май 2020	Январь 2023
Смещение центра масс за 72 ч, км	6,5	102
Средняя скорость дрейфа, м/с	0,03	0,47
Азимут дрейфа, $^\circ$	60	346
Потеря массы за 72 ч, %	23,4	32,0
Доля испарения в потерях, %	96,7	97,7
Доля растворения в потерях, %	3,3	2,3
Пик скорости испарения, кг/с	222	295
σ по долготе / по широте на 72 ч, км	6,2 / 4,0	8,4 / 13,0

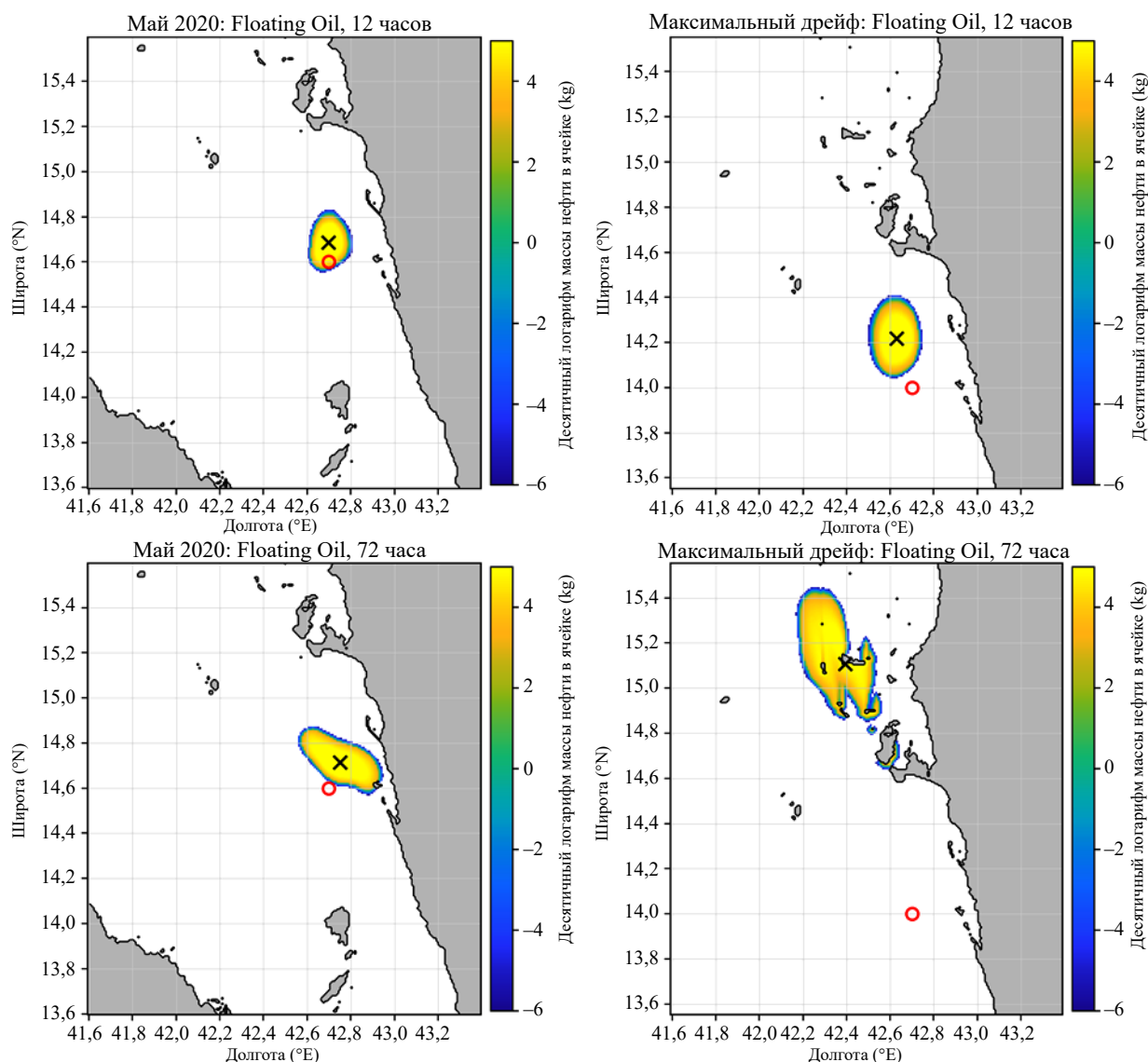


Рис. 7. Распределение плавающей нефти через 12 и 72 часа для базового сценария (слева, 1 – 4 мая 2020 г.) и для режима устойчивого северного переноса (справа, 29.01.2023 15:00 — 01.02.2023 15:00 UTC). Красный круг — точка выброса, крест — центр масс; шкала — десятичный логарифм массы нефти в ячейке, кг

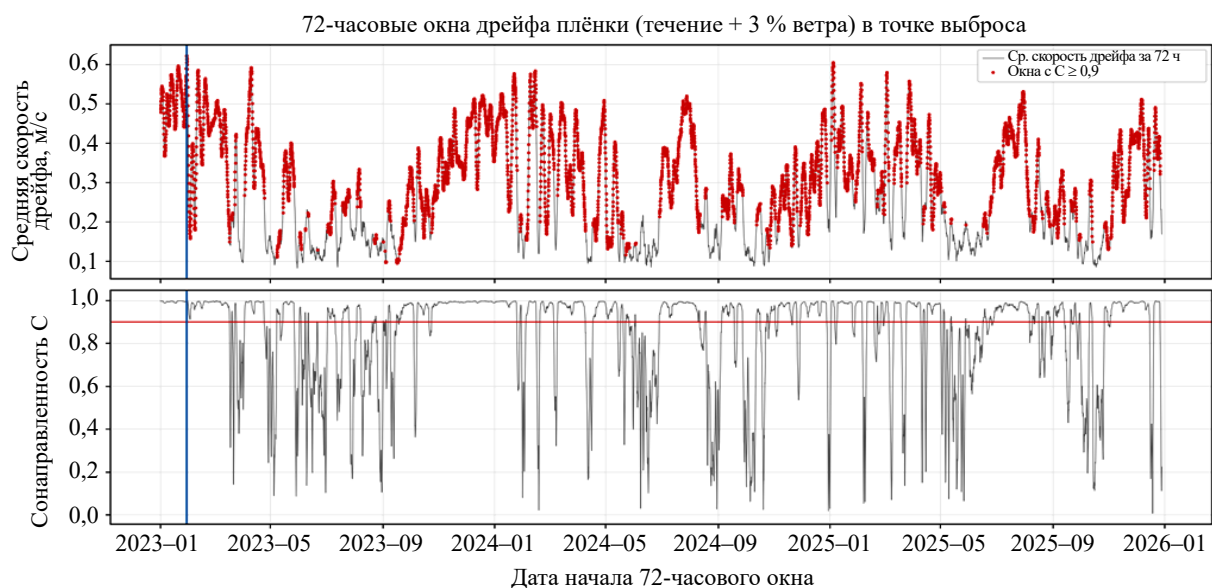


Рис. 8. Средняя скорость дрейфа плёнки за 72 часа (вверху) и сонаправленность C (внизу) для всех окон 2023–2025 гг. в точке выброса; точками отмечены окна с $C \geq 0,9$, вертикальная линия — выбранное окно 29.01.2023 15:00 UTC

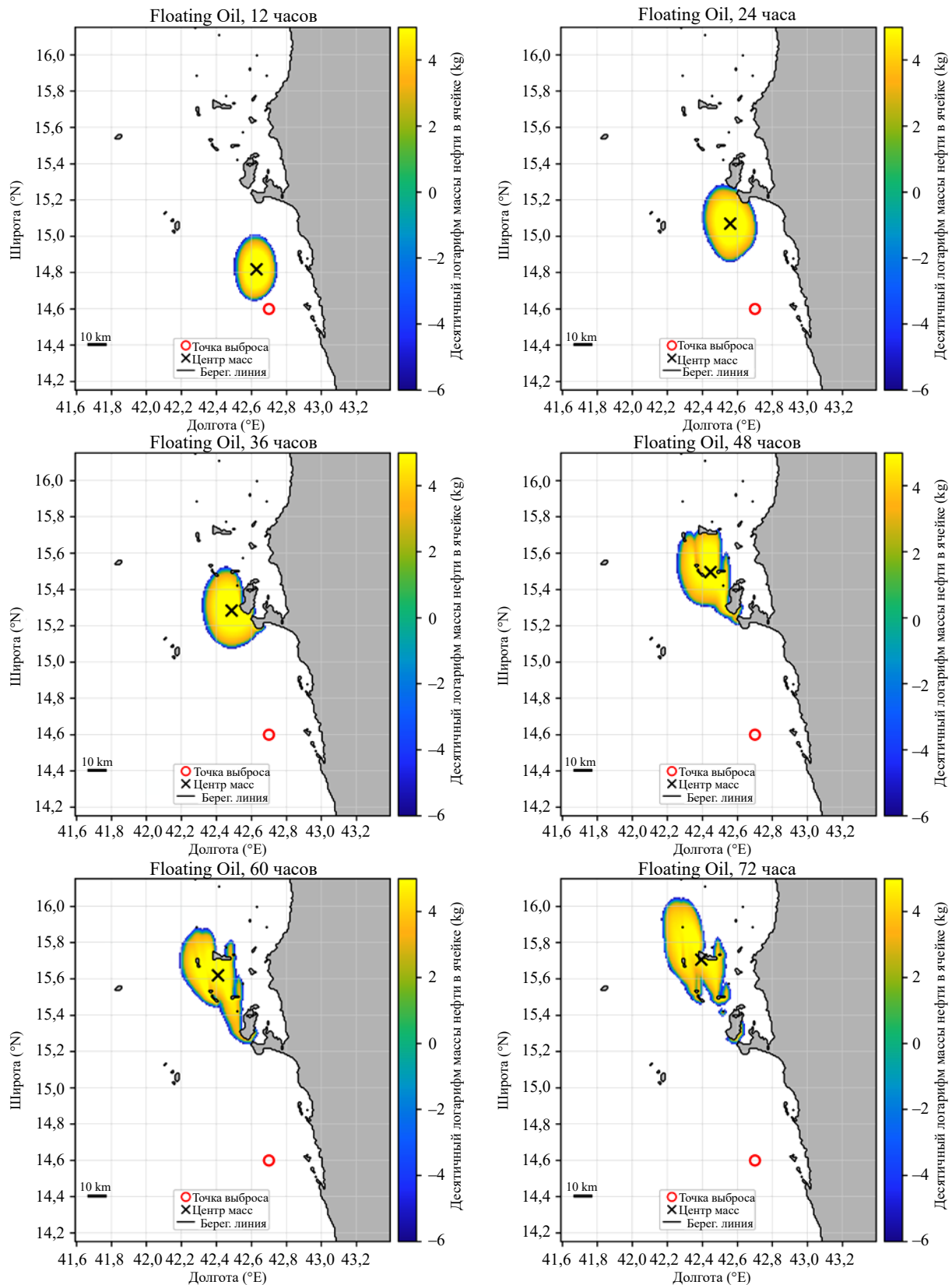


Рис. 9. Распределение плавающей нефти через 12, 24, 36, 48, 60 и 72 часа для режима устойчивого северного переноса (29.01.2023 15:00 — 01.02.2023 15:00 UTC)

На рис. 9 пятно движется на север вдоль побережья Йемена, проходит между островом Камаран и материком и к 72 ч достигает 16° с. ш. Красный круг — точка выброса, крест — центр масс; шкала — десятичный логарифм массы нефти в ячейке, кг; отрезок — 10 км.

Исходными данными для отбора окна служили поверхностные течения глобального анализа *HYCOM (GOFS 3.1* до сентября 2024 г., далее *ESPC-D-V02*) и приводный ветер реанализа *ERA5* в точке выброса за 2023–2025 гг. с

шагом 3 ч [12, 11]. По этому трёхлетнему ряду максимальный сонаправленный дрейф за 72 ч составляет около 160,9 км на север; расчёт моделью для выбранного окна даёт смещение центра масс 102 км с выходом северного фронта пятна к 16° с. ш. (рис. 9). В зоне воздействия при таком режиме оказываются побережье и острова Йемена: терминал Рас-Иса, остров Камаран, порт Эс-Салиф и подходы к Ходейде с их мангровыми зарослями, рифами и рыбопромысловыми участками. При условиях мая 2020 г. то же пятно остаётся в пределах 15 км от точки выброса, поэтому оперативный прогноз должен опираться на актуальные поля течений и ветра, а не на среднее или типовое направление.

Обсуждение.

1. Ключевые выводы и производительность модели. Расчёт сценария разлива с *FSO Safer* показывает медленный дрейф пятна к северо-востоку (0,03 м/с, азимут 60°) с выходом на берег в первые сутки и значительную потерю массы (23,4 % в течение 72 ч), обусловленную в основном испарением и в меньшей степени — растворением. Модель воспроизводит основные характеристики разлива на открытых данных. Эти результаты согласуются с недавними исследованиями нефтяных разливов в полузамкнутых бассейнах, при этом учёт выветривания по фракциям и кинетики биоразложения позволяет разделить вклад отдельных процессов в потерю массы для условий южной части Красного моря.

Доминирование испарения согласуется с наблюдениями за разливом *Deepwater Horizon* [20] и с эмпирическими моделями испарения нефти [21], причём рассчитанные скорости выше из-за температур Красного моря (25–35 °C) и низкомолекулярных фракций. Вклад биоразложения за первые трое суток при реалистичной биомассе не превышает 0,1 % потерь, что согласуется с лаг-фазой в сутки и более [22, 23]; микробная ремедиация значима на горизонтах недель, а не часов.

2. Сравнение с существующей литературой. В отличие от лагранжевых моделей, применявшихся для Красного моря, предложенная эйлерова модель даёт явный баланс массы на каждом шаге. Наблюдаемая анизотропная дисперсия (продольная > широтная) отражает сдвиг поля течений и схемную диффузию, а не физическую турбулентную диффузию. Близость берега (менее 20 км от точки выброса) делает выброс нефти на побережье вероятным в первые сутки при любом направлении дрейфа к востоку.

3. Последствия для смягчения рисков. Расширение пятна (6,2 км продольной дисперсии за 72 ч) и потеря почти четверти массы испарением за трое суток означают, что усилия по сдерживанию должны быть развернуты в течение первых 24 часов. Приоритетные зоны включают:

- Мангровые леса и коралловые рифы побережья Йемена у Рас-Исы и острова Камаран, которые проявляют высокую чувствительность к токсичности нефти.
- Коралловые рифы вблизи места разлива, где задержка реагирования может привести к необратимой потере биоразнообразия.

- Опреснительные установки, сбой в работе которых усугубит региональный дефицит воды.

Полученные авторами результаты позволяют сформулировать следующие предложения:

- Предварительное размещение барьеров сдерживания и диспергентов вдоль прогнозируемых траекторий.
- Мониторинг в реальном времени ветра и течений для динамического обновления прогнозов разлива.
- Явный учёт выброса нефти на берег и схема переноса второго порядка в следующей версии модели.

4. Ограничения и будущие исследования. Хотя модель охватывает ключевые физико-химические процессы, она не учитывает эмульгирование, растекание и фотоокисление, которые могут дополнительно изменять вязкость и токсичность нефти [24], а также выброс нефти на берег как отдельный резервуар.

5. Широкое значение. Исследование предлагает воспроизводимую на открытых данных модель нефтяного разлива для южной части Красного моря в условиях конфликта, напрямую поддерживая Цель устойчивого развития ООН 14 (Жизнь под водой). Количественно определяя сезонную изменчивость траекторий (например, зимние против летних ветров), авторы предлагают сценарий (распределение нефтяных загрязнений) для регионального планирования на случай чрезвычайных ситуаций, который предполагает возможность оперативного прогноза при необходимом разрешении. Модель применима к другим регионам высокого риска, в том числе, для Персидского залива, при решении прогностических задач обеспечения экологической безопасности.

6. Перспективы применения и региональные особенности. Разработанная модель предназначена для прогнозирования последствий техногенных катастроф в южной части Красного моря, включая разливы, вызванные намеренным разрушением целостности объектов транспортировки и хранения нефти: плавучих хранилищ, танкеров, терминалов и трубопроводов. Повреждения судов в районе Баб-эль-Мандебского пролива с ноября 2023 г. [25] и повреждения в области нефтяного терминала Рас-Иса 17–18 апреля 2025 г., сопровождавшиеся, по заявлению ООН, значительными повреждениями портовой инфраструктуры и возможной утечкой нефти в Красное море [26], показали, что такой сценарий возможен. В оперативном режиме начальные условия задачи (положение, площадь и оценка массы пятна) и граничные условия (положение береговой линии и уже загрязнённых участков) предполагается определять по данным дистанционного зондирования Земли: радиолокационные снимки *Sentinel-1* дают контур пятна независимо от облачности и времени суток [27], оптические снимки *Sentinel-2* и коммерческих аппаратов уточняют его при ясной атмосфере. Тем самым модель становится звеном цепочки «обнаружение по снимку — прогноз дрейфа и выветривания — предупреждение служб реагирования», а расчёт

72-часового сценария, занимающий на одном процессорном ядре около 10 минут, позволяет обновлять прогноз с каждым новым пролётом спутника.

Расчёты подчёркивают две региональные особенности. Первая — высокая интенсивность испарения при температурах поверхности 25–35 °C [28]: за первые сутки испаряется 5,2 % массы разлитой нефти ($8,0 \cdot 10^6$ кг), за вторые 7,7 % ($12,0 \cdot 10^6$ кг), за третьи 9,7 % ($15,0 \cdot 10^6$ кг) по мере роста площади пятна; всего за 72 ч атмосферу пополняют $35,0 \cdot 10^6$ кг углеводородов, то есть 22,6 % исходного объёма, при максимальной скорости около 222 кг/с. Это означает, что уже в первые сутки существенная часть лёгких фракций переходит в воздух, и мониторинг качества атмосферы над акваторией и прибрежными населёнными пунктами должен начинаться одновременно с морскими мерами. Вторая особенность — песчаные и пылевые бури, характерные для побережий Красного моря [29]: они снижают прозрачность атмосферы и затрудняют оптическое дистанционное зондирование, тогда как радиолокационная съёмка в С-диапазоне к запылённости практически нечувствительна [27]. Планируется совместная работа по проблемам дистанционного зондирования в этих условиях: экспериментально установить, при каком уровне запылённости (аэрозольной оптической толщине и соответствующей ей прозрачности воздушной среды) сохраняется возможность получения результата по оптическим каналам, и какой процент содержания пыли делает обнаружение пятна возможным только радиолокационными средствами. Ответ на этот вопрос определит состав спутниковых данных, пригодных для задания начальных условий модели в оперативном режиме.

Заключение. Компьютерная симуляция предоставляет анализ сценария нефтяного разлива в Йемене, фиксируя сложное взаимодействие физических и биологических процессов. Пространственная эволюция показывает медленно смещающееся к северо-востоку пятно, достигающее побережья у Рас-Исы в первые сутки, с уменьшающейся интенсивностью за 72 ч; в режиме устойчивого зимнего переноса (29 января — 1 февраля 2023 г.) то же пятно за трое суток проходит около 100 км на север, до островов Камаран, при потере массы 32 %. Временной анализ подтверждает снижение массы на 23,4 %, с испарением как основным механизмом потери (96,7 %), при сохранении массы консервативной схемой без искусственной коррекции. Метрики дисперсии указывают на увеличивающийся пространственный охват, согласованный с экологическим воздействием. Результаты применимы для задач экологического управления и подчёркивают срочность раннего реагирования и необходимость мониторинга атмосферы над акваторией.

Список литературы / References

1. Huynh B.Q., Kwong L.H., Kiang M.V., Chin E.T., Mohareb A.M., Jumaan A.O. et al. Public health impacts of an imminent Red Sea oil spill. *Nature Sustainability*. 2021;4:1084–1091. <https://doi.org/10.1038/s41893-021-00774-8>
2. United Nations. Statement on the completion of the ship-to-ship transfer of oil from the FSO Safer. *UN News*. 2023, August 11. URL: <https://news.un.org/en/story/2023/08/1139687> (дата обращения: 12.05.2026).
3. Zhan P., Subramanian A.C., Yao F., Hoteit I. Eddies in the Red Sea: A statistical and dynamical study. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2014;119(6):3909–3925. <https://doi.org/10.1002/2013JC009563>
4. Al-Rabeh A.H., Gunay N., Cekirge H.M. A stochastic simulation model of oil spill fate and transport. *Applied Mathematical Modelling*. 1994;18(6):322–333.
5. Gros J., et al. Review of oil spill modeling approaches. *Marine Pollution Bulletin*. 2017;115(1–2):7–19.
6. Periañez R. A Lagrangian oil spill transport model for the Red Sea. *Ocean Engineering*. 2020;217:107953. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.107953>
7. Mittal H.V.R., Langodan S., Zhan P., Li S., Knio O., Hoteit I. Hazard assessment of oil spills along the main shipping lane in the Red Sea. *Scientific Reports*. 2021;11:17078. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-96572-5>
8. European Space Agency. Copernicus Sentinel-1 Level-1 GRD products (IW, VV/VH), processed by ESA; accessed via AWS Open Data, bucket sentinel-s1-l1c. 2020–2025.
9. United Nations. Stop Red Sea Spill: Background. 2022. URL: <https://www.un.org/en/stopredseaspill/background> (дата обращения: 12.05.2026).
10. Shchepetkin A.F., McWilliams J.C. The Regional Ocean Modeling System (ROMS): A split-explicit, free-surface, topography-following-coordinate oceanic model. *Ocean Modelling*. 2005;9(4):347–404.
11. Chassignet E.P., Hurlburt H.E., Smedstad O.M., Halliwell G.R., Hogan P.J., Wallcraft A.J. et al. The HYCOM (HYbrid Coordinate Ocean Model) data assimilative system. *Journal of Marine Systems*. 2007;65:60–83. <https://doi.org/10.1016/j.jmarsys.2005.09.016>. Данные: HYCOM + NCODA Global 1/12° Analysis (GOFS 3.1, GLBy0.08/expt_93.0). <https://www.hycom.org>
12. Hersbach H., Bell B., Berrisford P., et al. The ERA5 global reanalysis. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 2020;146(730):1999–2049. <https://doi.org/10.1002/qj.3803>
13. ASCE Task Committee on Modeling of Oil Spills. State-of-the-art review of modeling transport and fate of oil spills. *Journal of Hydraulic Engineering*. 1996;122(11):594–609. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1996\)122:11\(594\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1996)122:11(594))
14. Сидорякина В.В. Математическая модель процесса распространения нефтяных загрязнений в прибрежных морских системах. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023;7(4):39–46. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-7-4-39-46>

- Sidoryakina V.V. Mathematical Model of Spreading Oil Pollution in Coastal Marine Systems. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023;7(4):39–46. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-7-4-39-46>
15. Сидорякина В.В., Соломаха Д.А. Идентификация морских разливов нефти на основе нейросетевых технологий. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2024;8(4):43–48. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2024-8-4-43-48>
- Sidoryakina V.V., Solomakha D.A. Identification of Marine Oil Spills Using Neural Network Technologies. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2024;8(4):43–48. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2024-8-4-43-48>
16. Wessel P., Smith W.H.F. A global, self-consistent, hierarchical, high-resolution shoreline database. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 1996;101(B4):8741–8743. <https://doi.org/10.1029/96JB00104>
17. Zippenfenig P. Open-Meteo.com Weather API [Computer software]. Zenodo; 2023. <https://doi.org/10.5281/zenodo.7970649>
18. Yao F., Hoteit I., Pratt L.J., et al. Seasonal overturning circulation in the Red Sea: 2. Winter circulation. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2014;119(4):2263–2289. <https://doi.org/10.1002/2013JC009331>
19. Sofianos S.S., Johns W.E. An Oceanic General Circulation Model (OGCM) investigation of the Red Sea circulation: 2. Three-dimensional circulation in the Red Sea. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2003;108(C3):3066. <https://doi.org/10.1029/2001JC001185>
20. Reddy C.M., Arey J.S., Seewald J.S., Sylva S.P., Lemkau K.L., Nelson R.K. et al. Composition and fate of gas and oil released to the water column during the Deepwater Horizon oil spill. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2012;109(50):20229–20234. <https://doi.org/10.1073/pnas.1101242108>
21. Fingas M.F. Modeling evaporation using models that are not boundary-layer regulated. *Journal of Hazardous Materials*. 2004;107:27–36. <https://doi.org/10.1016/j.jhazmat.2003.11.007>
22. Prince R.C., McFarlin K.M., Butler J.D., Febbo E.J., Wang F.C.Y., Nedwed T.J. et al. The primary biodegradation of dispersed crude oil in the sea. *Chemosphere*. 2016;144:521–526. <https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2012.08.020>
23. Hazen T.C., Prince R.C., Mahmoudi N. Marine oil biodegradation. *Environmental Science & Technology*. 2016;50(5):2121–2129. <https://doi.org/10.1021/acs.est.5b03333>
24. Ward C.P., Overton E.B. How the 2010 Deepwater Horizon spill reshaped our understanding of crude oil photochemical weathering at sea: a past, present, and future perspective. *Environmental Science: Processes & Impacts*. 2020;22(5):1125–1138. <https://doi.org/10.1039/d0em00027b>
25. U.S. Energy Information Administration. Fewer tankers transit the Red Sea in 2024. *Today in Energy*. 2024, October 11. URL: <https://www.eia.gov/todayinenergy/detail.php?id=63446> (дата обращения: 12.05.2026).
26. United Nations. Statement attributable to the Spokesperson for the Secretary-General on the air strikes in and around Yemen's port of Ra's Isa (SG/SM/22626). 2025, April 19. URL: <https://press.un.org/en/2025/sgsm22626.doc.htm> (дата обращения: 12.05.2026).
27. Fingas M., Brown C. Review of oil spill remote sensing. *Marine Pollution Bulletin*. 2014;83(1):9–23. <https://doi.org/10.1016/j.marpolbul.2014.03.059>
28. Sukhinov A., Sidoryakina V., Solomakha D. Identification of plankton populations in the surface waters of the Azov Sea based on neural network structures of various architectures. *BIO Web of Conferences*. 2024;141:03003. <https://doi.org/10.1051/bioconf/202414103003>
29. Jish Prakash P., Stenichikov G., Kalenderski S., Osipov S., Bangalath H. The impact of dust storms on the Arabian Peninsula and the Red Sea. *Atmospheric Chemistry and Physics*. 2015;15:199–222. <https://doi.org/10.5194/acp-15-199-2015>
30. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Сидорякина В.В., Проценко С.В., Атаян А.М. Локально-двумерные схемы расщепления для параллельного решения трехмерной задачи транспорта взвешенного вещества. *Математическая физика и компьютерное моделирование*. 2021;24(2):38–53. <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.2.4>
- Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Sidoryakina V.V., Protsenko S.V., Atayan A.M. Locally two-dimensional splitting schemes for parallel solving of the three-dimensional problem of suspended substance transport. *Mathematical Physics and Computer Simulation*. 2021;24(2):38–53. (In Russ.) <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.2.4>
31. Sidoryakina V., Filina A. A set of tools for predictive modeling of the spatial distribution of oil pollution. *E3S Web of Conferences*. 2024;592:04017. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202459204017>
32. Сухинов А.И., Соломаха Д.А., Сидорякина В.В. Обнаружение разливов нефти на основе усовершенствованных LBP-нейроалгоритмов для зашумленных космических снимков. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(1):58–71. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-1-58-71>
- Sukhinov A.I., Solomakha D.A., Sidoryakina V.V. Oil Spill Detection Based on Enhanced LBP Neural Algorithms for Noisy Satellite Images. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(1):58–71. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-1-58-71>
33. Сухинов А.И., Сидорякина В.В. Аппроксимация граничных условий второго и третьего рода в краевых задачах для уравнений конвекции-диффузии с приложением к экологической гидрофизике. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2025;9(3):16–29. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2025-9-3-16-29>
- Sukhinov A.I., Sidoryakina V.V. Approximation of boundary conditions of the second and third types in convection–diffusion equations with applications to environmental hydrophysics. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2025;9(3):16–29. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2025-9-3-16-29>

Об авторах:

Валентина Владимировна Сидорякина, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математики и информатики Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), [SPIN-код](#), [ResearcherID](#), [MathSciNet](#), [ScopusID](#), cvv9@mail.ru

Владимир Александрович Берая, аспирант кафедры математики и информатики Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), vberia@yandex.ru

Вячеслав Анатолиевич Благин, аспирант кафедры математики и информатики Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), blagin.inbox@gmail.com

Заявленный вклад авторов:

В.В. Сидорякина: общее научное руководство; постановка задачи.

В.А. Берая: проведение расчётов; формулировка результатов.

В.А. Благин: валидация.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Valentina V. Sidoryakina, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor at the Department of Mathematics and Informatics, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-код](#), [ResearcherID](#), [MathSciNet](#), [ScopusID](#), cvv9@mail.ru

Vladimir A. Beraia, Postgraduate Student of the Department of Mathematics and Informatics, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), vberia@yandex.ru

Vyacheslav A. Blagin, Degree-seeking Applicant of the Department of Mathematics and Informatics, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), blagin.inbox@gmail.com

Contributions of the authors:

V.V. Sidoryakina: general scientific guidance; problem statement.

V.A. Beraia: conducting calculations; formulation of results.

V.A. Blagin: validation.

Conflict of Interest Statement: the authors declare no conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 02.07.2026

Поступила после рецензирования / Reviewed 15.08.2026

Принята к публикации / Accepted 09.09.2026

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

INFORMATION TECHNOLOGIES



УДК 519.6

Оригинальное теоретическое исследование

<https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-22-30>


Задача поиска главных направлений точечного множества на плоскости и в пространстве

Н.К. Волосова¹, К.А. Волосов² , А.К. Волосова² , М.И. Карлов³,
Д.Ф. Пастухов⁴ , Ю.Ф. Пастухов⁴

¹ Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Российская Федерация

² Российский университет транспорта, г. Москва, Российская Федерация

³ Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
г. Долгопрудный, Российская Федерация

⁴ Полоцкий государственный университет им. Евфросинии Полоцкой, г. Новополоцк, Республика Беларусь

dmitrij.pastuhov@mail.ru

Аннотация

Введение. Численно решается задача поиска главных направлений точечного множества на плоскости или в пространстве, то есть поиска ориентации экстремальной прямой, проходящей через центр тяжести множества и доставляющей минимум или максимум функционалу суммы квадратов расстояний от каждой точки множества до прямой. Данная задача является актуальной как вспомогательная для многих задач с интеллектуальными системами.

Материалы и методы. Задача поиска главных направлений на плоскости решена в явном виде для двух полярных углов направления экстремальных прямых соответственно для максимума и минимума функционала ошибок. Для вырожденности знаменателя приведенной формулы с симметричным расположением точек множества достаточно координату одной из точек изменить на 10^{-14} для корректности использования формулы и получения ответа с двойной точностью (добавление малой асимметрии в геометрию множества). Задача поиска главных направлений точечного множества в пространстве сведена к численному итерационному алгоритму методом градиентного спуска изменением углов ориентации прямой, проходящей через центр тяжести множества. Предложен минимальный компактный код программы поиска главных направлений в трехмерном случае на языке C++.

Результаты исследования. Для пространственного расположения точек в явном виде получена формула функционала ошибок и компонентов его градиента в азимутальном и полярном направлениях сферической системы координат. Экспериментально получена формула градиентного шага в зависимости от числа итераций цикла для получения двойной точности численного решения задачи с небольшим числом итераций. Оказалось, что достаточно 100 итераций для поиска экстремальных углов, при котором начальная ориентация отличается на $\pi/2$ от конечной ориентации по каждому углу.

Обсуждение. С двойной точностью численно решены задачи поиска главных направлений точечного множества на плоскости и в пространстве. Приведено два тестирующих примера, подтверждающих двойную точность решения задачи с наибольшим отклонением начальных углов ориентаций прямой. Оказалось, что как в формулах явного вида в двумерной задаче, так и в формулах трехмерного итерационного алгоритма появляются только коэффициенты в виде однородных сумм второго порядка, зависящие от координат точек множества. В первом случае это три, а во втором случае шесть коэффициентов.

Заключение. Метод градиентного спуска, несмотря на простоту алгоритма, обеспечивает корректность итерационных формул при любой начальной и промежуточной ориентации прямой, проходящей через центр тяжести множества точек в пространстве. Полученные формулы в явном виде для главных направлений точечного множества на плоскости и формулы градиентного спуска в трехмерном случае могут быть использованы в задачах анализа с применением интеллектуальных систем и нейронных сетей.

Ключевые слова: численные методы, метод градиентного спуска, градиент, сферическая система координат, искусственный интеллект, нейронные сети

Для цитирования. Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Карлов М.И., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Задача поиска главных направлений точечного множества на плоскости и в пространстве. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(3):22–30. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-22-30>

Original Theoretical Research

Determining the Principal Directions of a Point Set in the Plane and in Space

Natalya K. Volosova¹, Konstantin A. Volosov² , Aleksandra K. Volosova² , Mikhail I. Karlov³,

Dmitriy F. Pastukhov⁴ ✉, Yuriy F. Pastukhov⁴ 

¹ Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

² Russian University of Transport, Moscow, Russian Federation

³ Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russian Federation

⁴ Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk, Novopolotsk, Republic of Belarus

✉ dmitrij.pastuhov@mail.ru

Abstract

Introduction. The problem of determining the principal directions of a point set in the plane or in space is solved numerically. The task is to determine the orientation of an extremal line passing through the centroid of the set and minimizing or maximizing the functional defined as the sum of the squared distances from all points of the set to the line. This problem is relevant as an auxiliary component of many tasks involving intelligent systems.

Materials and Methods. For a point set in the plane, the principal-direction problem is solved explicitly for two polar angles specifying the directions of the extremal lines corresponding to the maximum and minimum of the error functional. If the denominator in the resulting formula degenerates because the points are arranged symmetrically, changing one coordinate of a single point by 10^{-14} is sufficient to break the symmetry, make the formula applicable, and obtain a double-precision result. For a point set in three-dimensional space, the problem is reduced to a numerical iterative algorithm based on gradient descent with respect to the orientation angles of a line passing through the centroid of the set. A minimal compact C++ implementation for determining the principal directions in the three-dimensional case is proposed.

Results. For a spatial point set, an explicit expression is obtained for the error functional and for the components of its gradient in the azimuthal and polar directions of a spherical coordinate system. An empirical formula for the gradient step is obtained as a function of the number of iterations, enabling a double-precision numerical solution with a relatively small number of iterations. It is shown that 100 iterations are sufficient to determine the extremal angles even when the initial orientation differs from the final orientation by $\pi/2$ for each angle.

Discussion. The principal-direction problems for point sets in the plane and in space are solved numerically with double precision. Two test examples confirm double-precision accuracy for cases with the largest deviation between the initial and final line orientations. Both the explicit formulas for the two-dimensional problem and the formulas of the three-dimensional iterative algorithm involve only coefficients represented by homogeneous second-order sums that depend on the point coordinates. There are three such coefficients in the two-dimensional case and six in the three-dimensional case.

Conclusions. Despite its algorithmic simplicity, the gradient descent method yields well-defined iterative formulas for any initial and intermediate orientation of a line passing through the centroid of a point set in space. The explicit formulas obtained for the principal directions of a point set in the plane and the gradient-descent formulas for the three-dimensional case can be used in analysis problems involving intelligent systems and neural networks.

Keywords: numerical methods, gradient descent, gradient, spherical coordinate system, artificial intelligence, neural networks

For Citation. Volosova N.K., Volosov K.A., Volosova A.K., Karlov M.I., Pastukhov D.F., Pastukhov Yu.F. Determining the Principal Directions of a Point Set in the Plane and in Space. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(3):22–30. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-22-30>

Введение. Задачи с использованием нейронных сетей поражают большим числом областей науки, в которых они были поставлены и решены. В работе [1] авторы на основе экспериментальных данных физических полей во время шторма с использованием уравнений Навье-Стокса, крупновихревой модели турбулентности LES, ансамблевого вероятностного прогнозирования и машинного обучения создали нейронную модель прогнозирования штормов. В работах [2–14] нейронные сети используются авторами в задачах распознавания объектов для определения личности на фотографиях, глубины моря на лоцманских картах, контроля балансировки механической системы, номеров железнодорожных вагонов, класса пылевых зерен, сегментации сердечных артерий по коронарографическим снимкам и т. д. В ряде работ, в том числе в работе [4], А.В. Галабурдин применил нейронные сети для решения нелинейных краевых задач в областях сложной формы. Авторы работы [6] применили несколько архитектур нейронных сетей для распознавания конформационного состояния белка по данным дифракции на одиночных молекулах бактериородопсина. В работах [3, 10, 12, 13] авторы используют нейронные сети для анализа влияния электромагнитного излучения на скорость коррозии оборудования, выявления аномалий в киберсистемах, при моделировании сетевого вируса, при распознавании фальшивых эмоций. Постановка всех приведенных задач формулируется и решается только методами нейронной сети.

Однако можно выделить класс специальных задач, решаемых точно математическими методами, использующих нейронную сеть как готовый алгоритм. В данной работе решаются две задачи определения главных направлений точечного множества на плоскости и в пространстве. Координаты точек множества определяются нейронной сетью с помощью технических устройств, например, границу участка пожара в задымленном лесу по аэрофотоснимкам, положение рыб в море с помощью отраженных ультразвуковых волн при отлове рыбы. Для плоской задачи в данной работе получена формула поиска главных направлений. Для трехмерного случая расположения точек описан алгоритм в сферической системе координат поиска экстремальных направлений прямой, проходящей через центр тяжести множества.

Материалы и методы. Постановка задачи.

1. Задача поиска главных направлений точечного множества на плоскости.

Рассмотрим множество n точек на плоскости заданных своими координатами $(x_i, y_i, i = \overline{1, n})$. Определим координаты центра тяжести множества по формулам

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, y_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i. \quad (1)$$

Координаты каждой точки относительно центра тяжести множества равны

$$\bar{x}_i = x_i - x_0 = x_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = \frac{1}{n} \sum_{j=1, j \neq i}^n (x_i - x_j), \bar{y}_i = y_i - y_0 = y_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j = \frac{1}{n} \sum_{j=1, j \neq i}^n (y_i - y_j), i = \overline{1, n}. \quad (2)$$

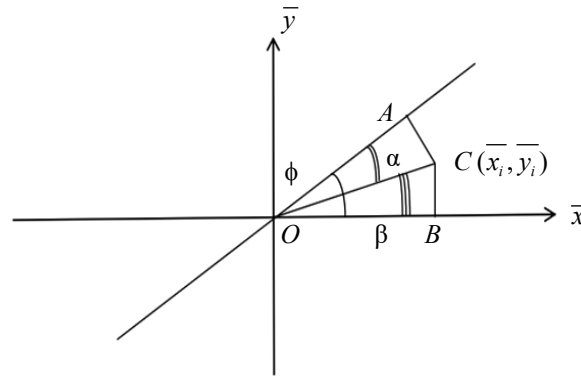


Рис. 1. Определение расстояния от точки $(\bar{x}_i, \bar{y}_i, i = \overline{1, n})$ до прямой, проходящей через центр тяжести множества O под углом ϕ к оси $\bar{x}$

Рассмотрим некоторую прямую, проходящую через центр тяжести множества O под углом ϕ к оси $\bar{x}$. Из рис. 1 видно, что угол ϕ равен сумме углов $\phi = \alpha + \beta$. Тогда расстояние $|OC|$ от начала координат O до точки $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$ равно $\rho_i = \sqrt{\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2}$, а квадрат искомого расстояния от точки до прямой $|CA|$ найдем как

$$\begin{aligned} d_i^2 &= \rho_i^2 \sin^2 \alpha = \rho_i^2 \sin^2 (\phi - \beta) = \rho_i^2 (\sin(\phi) \cos(\beta) - \cos(\phi) \sin(\beta))^2 = \\ &= (\sin(\phi) (\rho_i \cos(\beta)) - \cos(\phi) (\rho_i \sin(\beta)))^2 = (\sin(\phi) \bar{x}_i - \cos(\phi) \bar{y}_i)^2. \end{aligned}$$

Если все точки множества лежат на радиальной (оптимальной) прямой, то сумма квадратов расстояний точек до оптимальной прямой равна нулю. Поэтому введем функционал ошибки в плоской задаче, который зависит от всех координат точек и от угла ϕ как от параметра:

$$E(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \phi) = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n (\sin(\phi) \bar{x}_i - \cos(\phi) \bar{y}_i)^2 \rightarrow \text{extr}_{\phi \in [0, 2\pi]}. \quad (3)$$

Возводя в квадрат выражение в круглых скобках, получим

$$\begin{aligned} E(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \phi) &= \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n (\sin(\phi) \bar{x}_i - \cos(\phi) \bar{y}_i)^2 = \sin^2(\phi) \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2 - 2 \sin(\phi) \cos(\phi) \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{y}_i + \cos^2(\phi) \sum_{i=1}^n \bar{y}_i^2 = \\ &= \sin^2(\phi) A - 2 \sin(\phi) \cos(\phi) B + \cos^2(\phi) C \rightarrow \text{extr}_{\phi \in [0, 2\pi]}, A = \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2, B = \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{y}_i, C = \sum_{i=1}^n \bar{y}_i^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Дифференцируя функционал $E(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \phi)$ вида (4) по полярному углу ϕ , получим направления оптимальных (главных направлений) прямых, проходящих через центр тяжести точечного множества:

$$\partial E(\phi) / \partial \phi = 0 \Leftrightarrow 2 \sin(\phi) \cos(\phi) A + 2B(\sin^2(\phi) - \cos^2(\phi)) - 2 \cos(\phi) \sin(\phi) C = 0.$$

Последнее уравнение разделим на $\cos^2(\phi)$:

$$\tan(\phi)A + B(\tan^2(\phi) - 1) - \tan(\phi)C = 0 \Leftrightarrow B\tan^2(\phi) + (A - C)\tan(\phi) - B = 0. \quad (5)$$

Решая квадратное уравнение (5), получим оптимальные направления

$$\tan(\phi) = \frac{C - A \pm \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}}{2B}, \phi_{1,2} = \arctan\left(\frac{C - A \pm \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}}{2B}\right), \quad (6)$$

где $A = \sum_{i=1}^n \overline{x_i}^2$, $B = \sum_{i=1}^n \overline{x_i y_i}$, $C = \sum_{i=1}^n \overline{y_i}^2$.

Замечание 1. Числитель формулы (6) всегда определен, но ее знаменатель может обратиться в нуль, например, когда точки множества расположены симметрично относительно центра тяжести. В случае, когда $B = \sum_{i=1}^n \overline{x_i y_i} = 0$ можно искусственно разрушить симметрию расположения точек, если добавить к координате $\overline{x_i}$ или $\overline{y_i}$ малый параметр $\varepsilon = 10^{-12} - 10^{-14}$.

Пример 1. Симметричное множество из 8 точек, расположенных в вершинах прямоугольника или в точках пересечения прямоугольника с осями координат:

$$x_1 = -2, 0; y_1 = 1, 0 + \varepsilon; \varepsilon = 0, 000000000000001; x_2 = 0, 0; y_2 = 1, 0; x_3 = 2, 0; y_3 = 1, 0; x_4 = 2, 0; y_4 = 0, 0; \\ x_5 = 2, 0; y_5 = -1, 0; x_6 = 0, 0; y_6 = -1, 0; x_7 = -2, 0; y_7 = -1, 0; x_8 = -2, 0; y_8 = 0, 0.$$

Программа, в которой все функции и аргументы заданы в формуле (6) с двойной точностью, написана на языке C++, получила следующие значения углов главных направлений (углы $\alpha = -\pi/2$ и $\alpha = \pi/2$ дают одну и ту же ось y):

$$\alpha_1 = -1,5707963267948954, \\ \alpha_2 = 0,0000000000000000, \\ \pi/2 = 1,5707963267948966.$$

Главные направления совпадают с направлениями координатных осей фактически с двойной точностью. Найдем оптимальные направления аналитическим расчетом:

$$E(\overline{x_i}, \overline{y_i}, \phi = 0) = 2 \cdot 0^2 + 6 \cdot 1^2 = 6 = E_{\min}, E(\overline{x_i}, \overline{y_i}, \phi = \pi/2) = 2 \cdot 0^2 + 6 \cdot 2^2 = 24 = E_{\max}.$$

2. Задача поиска главных направлений точечного множества в пространстве.

Рассмотрим прямую, проходящую через центр тяжести трехмерного точечного множества определяемого формулами

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, y_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, z_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i, \overline{x_i} = x_i - x_0, \overline{y_i} = y_i - y_0, \overline{z_i} = z_i - z_0, i = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Координаты каждой точки в системе, связанной с центром тяжести множества (x_0, y_0, z_0) , обозначим как $(\overline{x_i}, \overline{y_i}, \overline{z_i}), i = \overline{1, n}$. На указанной прямой, ориентированной под углами (θ, ϕ) в сферической системе координат и проходящей через центр тяжести точку O напомним вектор $\mathbf{k}$ единичной длины, как показано на рис. 2.

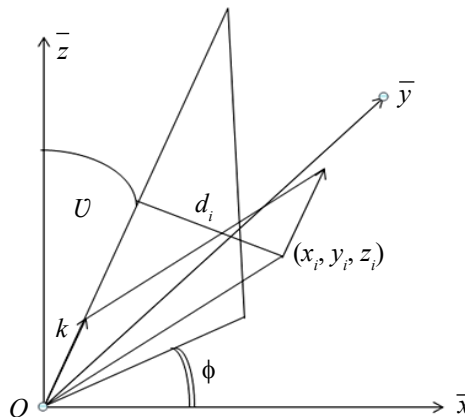


Рис. 2. Определение расстояния от точки $(\overline{x_i}, \overline{y_i}, \overline{z_i}), i = \overline{1, n}$ до прямой, проходящей через центр тяжести множества O и ориентированной под углами (θ, ϕ) в сферической системе координат

Радиус-вектор, направленный из центра O в точку $(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, i = \overline{1, n})$, и единичный вектор $\bar{k}$ образуют параллелограмм, площадь которого можно определить в декартовой системе координат, с одной стороны, векторным произведением

$$\bar{S} = \bar{k} \times \bar{\rho}_i = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \\ \bar{x}_i & \bar{y}_i & \bar{z}_i \end{vmatrix} = i(\sin \theta \sin \phi \bar{z}_i - \cos \theta \bar{y}_i) - j(\sin \theta \cos \phi \bar{z}_i - \cos \theta \bar{x}_i) + k(\sin \theta \cos \phi \bar{y}_i - \sin \theta \sin \phi \bar{x}_i). \quad (8)$$

С другой стороны, площадь параллелограмма $|\bar{S}| = |\bar{k}| d_i = 1 \cdot d_i = d_i$, где d_i — расстояние от точек $(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, i = \overline{1, n})$ до выделенной прямой (θ, ϕ) в сферической системе координат. Не изменяя функционала ошибки (равного сумме квадратов расстояний от точек до прямой), получаем задачу на экстремум (9):

$$E(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, \theta, \phi) = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n (\sin \theta \sin \phi \bar{z}_i - \cos \theta \bar{y}_i)^2 + (\sin \theta \cos \phi \bar{z}_i - \cos \theta \bar{x}_i)^2 + (\sin \theta \cos \phi \bar{y}_i - \sin \theta \sin \phi \bar{x}_i)^2 \rightarrow \text{extr}_{\theta \in [0, \pi], \phi \in [0, 2\pi]}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} E(\theta, \phi) &= (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \sin^2 \phi) \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2 + (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \phi) \sum_{i=1}^n \bar{y}_i^2 + (\sin^2 \theta \sin^2 \phi + \sin^2 \theta \cos^2 \phi) \sum_{i=1}^n \bar{z}_i^2 + \\ &\quad - 2 \sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{y}_i - 2 \cos \phi \sin \theta \cos \theta \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{z}_i - 2 \sin \phi \sin \theta \cos \theta \sum_{i=1}^n \bar{y}_i \bar{z}_i = \\ &= (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi) \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2 + (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi) \sum_{i=1}^n \bar{y}_i^2 + \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right) \sum_{i=1}^n \bar{z}_i^2 - \sin^2 \theta \sin 2\phi \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{y}_i - \\ &\quad - \sin 2\theta \left(\cos \phi \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{z}_i + \sin \phi \sum_{i=1}^n \bar{y}_i \bar{z}_i \right) \Leftrightarrow \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} E(\theta, \phi) &= (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi) A + (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi) B + \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right) C - \sin^2 \theta \sin 2\phi D - \\ &\quad - \sin 2\theta (\cos \phi E + \sin \phi F) \rightarrow \text{extr}_{\theta \in [0, \pi], \phi \in [0, 2\pi]}, \end{aligned}$$

$$\text{где } A = \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2, B = \sum_{i=1}^n \bar{y}_i^2, C = \sum_{i=1}^n \bar{z}_i^2, D = \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{y}_i, E = \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{z}_i, F = \sum_{i=1}^n \bar{y}_i \bar{z}_i.$$

Область изменения переменных (θ, ϕ) конечна, является прямоугольником $[0, \pi] \times [0, 2\pi]$, поэтому численно решить экстремальную задачу (10) без ограничений можно методом градиентного спуска [15, 16]. Запишем компоненты градиента функционала $E(\theta, \phi)$:

$$\begin{aligned} E_\theta(\theta, \phi) &= -2A \sin \theta \cos \theta \cos^2 \phi - 2B \sin \theta \cos \theta \sin^2 \phi + C \sin 2\theta - 2D \sin \theta \cos \theta \sin 2\phi - \\ &\quad - 2 \cos 2\theta (\cos \phi E + \sin \phi F) = \sin 2\theta (C - A \cos^2 \phi - B \sin^2 \phi) - D \sin 2\theta \sin 2\phi - 2 \cos 2\theta (\cos \phi E + \sin \phi F), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} E_\phi(\theta, \phi) &= A \sin 2\phi \sin^2 \theta - B \sin 2\phi \sin^2 \theta - 2 \sin^2 \theta \cos 2\phi D - \sin 2\theta (-\sin \phi E + \cos \phi F) = \\ &= (A - B) \sin 2\phi \sin^2 \theta - 2 \sin^2 \theta \cos 2\phi D + \sin 2\theta (\sin \phi E - \cos \phi F). \end{aligned} \quad (12)$$

Итерационная формула градиентного спуска в задаче на минимум с использованием формул (10), (11), (12) примет вид

$$\begin{cases} \theta^{m+1} = \theta^m - h E_\theta(\theta^m, \phi^m), m = 0, 1, 2, \dots, N, \\ \phi^{m+1} = \phi^m - h E_\phi(\theta^m, \phi^m), \end{cases} \quad (13)$$

где $h = \pi / (5N)$ — формула градиентного шага; N — число итераций. В качестве начальной точки — углов ориентации можно выбрать центр прямоугольника $[0, \pi] \times [0, 2\pi]$:

$$\theta^0 = \frac{\pi}{2}, \phi^0 = \pi. \quad (14)$$

Замечание 2. Слагаемые формул (11), (12), (13) определены (также определены все коэффициенты A, B, C, D, E, F точечного множества в (10)) и конечны при различных углах ориентации прямой с вектором $\bar{k}$. Поэтому алгоритм (11), (12), (13) поиска минимума функционала (10) корректен при всех углах ориентации.

Приведем код программы на распространенном языке C++, в котором все функции и аргументы заданы с двойной точностью. В программе переменные x, y равны переменным θ, ϕ соответственно в формулах (10), (11), (12), (13):

```

#include<stdio.h>
#include<math.h>
double EE(double x, double y, double A, double B, double C, double D, double E, double F)
{ return(1.0-cos(2.0*x))*C/2.0+(1.0-sin(x)*sin(x)*sin(y)*sin(y))*B+(1.0-sin(x)*sin(x)*cos(y)*cos(y))*A-
sin(2.0*x)*(F*sin(y)+E*cos(y))-sin(2.0*y)*sin(x)*sin(x)*D;}
double Ex(double x, double y, double A, double B, double C, double D, double E, double F)
{ returnsin(2.0*x)*(C-B*sin(y)*sin(y)-A*cos(y)*cos(y))-2.0*cos(2.0*x)*(F*sin(y)+E*cos(y))-sin(2.0*y)*sin(2.0*x)*D;}
double Ey(double x, double y, double A, double B, double C, double D, double E, double F)
{ return sin(2.0*y)*sin(x)*sin(x)*(A-B)-sin(2.0*x)*(F*cos(y)-E*sin(y))-2.0*cos(2.0*y)*sin(x)*sin(x)*D;}
int const n=10, m=100;
int main()
{int i; double x,y,h,x1[n+1],y1[n+1],z1[n+1],x0,y0,z0;
double x2[n+1],y2[n+1],z2[n+1],s1,s2,s3,s4,s5,s6;double A,B,C,D,E,F,pi;
pi=2.0*asin(1.0);h=pi/double(5*m); s1=0.0;s2=0.0;s3=0.0;
for(i=0;i<=n;i++)
{y1[i]=double(i);x1[i]=0.0;z1[i]=0.0; s1=s1+x1[i];s2=s2+y1[i];s3=s3+z1[i];}
x0=s1/double(n+1);y0=s2/double(n+1);z0=s3/double(n+1);
s1=0.0;s2=0.0;s3=0.0;s4=0.0;s5=0.0;s6=0.0;
for(i=0;i<=n;i++)
{x2[i]=x1[i]-x0;y2[i]=y1[i]-y0;z2[i]=z1[i]-z0;s1=s1+x2[i]*x2[i]; s2=s2+y2[i]*y2[i]; s3=s3+z2[i]*z2[i]; s4=s4+z2[i]
*y2[i];s5=s5+z2[i]*x2[i];s6=s6+x2[i]*y2[i]; }
A=s1;B=s2;C=s3;F=s4; E=s5;D=s6; x=pi*0.1;y=pi*0.9;
printf("inicial teta=%.16lf fi=%.16lf\n",x,y);
for(i=0;i<=m;i++)
{x=x-h*Ex(x,y,A,B,C,D,E,F); y=y-h*Ey(x,y,A,B,C,D,E,F);}
printf("end teta=%.16lf fi=%.16lf\n",x,y);
printf("exact teta=%.16lf fi =%.16lf\n",pi/2.0,pi/2.0); printf("E=%.16lf\n",EE(x,y,A,B,C,D,E,F));}

```

Рассмотрим **пример 2**. Одиннадцать точек расположены на оси y с единичным интервалом, первая совпадает с началом координат $x_i = 0, y_i = i, z_i = 0, i = \overline{0,10}$. Начальные значения углов ориентации прямой в радианной мере равны $\theta^0 = x = \pi \cdot 0,1, \phi^0 = y = \pi \cdot 0,9$.

Программа с начальной ориентацией углов возвращает конечную ориентацию. Также видно, что конечная ориентация совпадает с точным решением с двойной точностью около 15 значащих цифр. Число итераций равно N (m в программе) = 100, во время цикла по формуле (13) по каждому углу прямая изменила начальную ориентацию почти на угол $\pi/2$, то есть алгоритм (10), (11), (12), (13) применим в широком диапазоне начальной ориентации исходной прямой. Формула (10) — значение функционала служит для проверки численного решения задачи, — в случае если прямая проходит через все точки множества, функционал $E(\theta^N, \phi^N) = 0$ (с любыми начальными значениями θ^0, ϕ^0 в примере 2):

```

inicial teta=0.3141592653589793 fi=2.8274333882308138
end teta=1.5707963267948966 fi=1.5707963267948966
exact teta=1.5707963267948966 fi=1.5707963267948966
E=0.0000000000000000.

```

Отметим также, что в градиентном методе (10), (11), (12), (13) число итераций больше ($N = 100$) чем, например, в матричной формуле касательных Ньютона. Но в матричной формуле Ньютона вычисляется обратная матрица к матрице Якоби системы уравнений и в случае равенства нулю определителя матрицы Якоби использование формулы Ньютона некорректно. В то же время алгоритм градиентного спуска (10), (11), (12), (13) корректен для всех углов ориентации, несмотря на меньшую скорость сходимости невязки задачи к нулю.

Результаты исследования. Решена задача поиска главных направлений множества точек, расположенных на плоскости или в пространстве. В постановке задачи координаты всех точек известны. Численное решение задач оптимальных направлений двумерного точечного множества дано формулой (6), направлений трехмерного точечного множества описывается алгоритмом (10), (11), (12), (13) с двойной точностью.

Обсуждение

1. Для точечного множества на плоскости получена ориентация главных направлений прямых, проходящих через центр тяжести — формула (6).

2. Коэффициенты формулы (6) являются однородными суммами второго порядка относительно заданных координат точек.

3. Методом градиентного спуска для точечного множества в пространстве получен алгоритм (10), (11), (12), (13) поиска главных направлений в сферической системе координат.

4. Шесть коэффициентов A, B, C, D, E, F алгоритма (10), (11), (12), (13) являются однородными суммами второго порядка относительно известных координат точек.

5. Функционал ошибок в задаче на экстремум равен сумме квадратов расстояний от каждой точки до прямой.

6. В данной задаче актуально каждое направление с минимальным и максимальным значением функционала ошибок. Например, для области, охваченной пожаром в лесу, направление минимума функционала — направление выброса воды, а направление максимума функционала — направление кратчайшего маршрута эвакуации людей и животных из горящей области.

7. В двух тестовых примерах экстремальные направления найдены численно с двойной точностью.

Заключение. Метод градиентного спуска, несмотря на простоту алгоритма, обеспечивает корректность итерационных формул при любой начальной и промежуточной ориентации прямой, проходящей через центр тяжести множества точек в пространстве. Полученные формулы в явном виде для главных направлений точечного множества на плоскости и формулы градиентного спуска в трехмерном случае могут быть использованы в задачах анализа с применением интеллектуальных систем и нейронных сетей.

Список литературы / References

1. Сухинов А.И., Проценко С.В., Проценко Е.А., Панасенко Н.Д. Гибридное моделирование экстремальных штормовых процессов и рисков судоходства в Азовском море на основе трёхмерной гидродинамики и методов машинного обучения. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2025;9(4):10–21. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2025-9-4-10-21>
- Sukhinov A.I., Protsenko S.V., Protsenko E.A., Panasenko N.D. Hybrid modeling of extreme storm processes and shipping risks in the Sea of Azov based on three-dimensional hydrodynamics and machine learning methods. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2025;9(4):10–21. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2025-9-4-10-21>
2. Захарова А.А., Небаба С.Г. Применение метода вычитания фона и алгоритма Виолы-Джонса для увеличения скорости трекинга лиц в системе распознавания личности. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2018;2(1):25–32. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2018-2-1-25-32>
- Zakharova A. A., Nebaba S. G. Application of the background subtraction method and the Viola-Jones algorithm to increase the speed of face tracking in a personality recognition system. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2018; 2(1):25–32. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2018-2-1-25-32>
3. Хуснуллин Ш.Р., Коледина К.Ф., Алимбекова С.Р., Ишмуратов Ф.Г. Машинное обучение в анализе влияния электромагнитного поля на скорость коррозии и солеотложения нефтепромыслового оборудования. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023;6(1):70–76. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-6-1-70-76>
- Khusnullin Sh.R., Koledina K.F., Alimbekova S.R., Ishmuratov F.G. Machine learning in the analysis of the influence of the electromagnetic field on the rate of corrosion and scaling of oilfield equipment. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023;6(1):70–76. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-6-1-70-76>
4. Галабурдин А.В. Применение нейронных сетей для решения нелинейных краевых задач для областей сложной формы. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2024;8(4):35–42. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2024-8-4-35-42>
- Galaburdin A.V. Application of neural networks for solving nonlinear boundary value problems for areas of complex shape. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2024;8(4):35–42. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2024-8-4-35-42>
5. Рахимбаева Е.О., Алышов Т.А., Белова Ю.В. Автоматическое распознавание значений глубины на лоцманских картах с использованием методов глубокого обучения. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2025;9(1):52–60. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2025-9-1-52-60>
- Rakhimbaeva E.O., Alyshov T.A., Belova Yu.V. Automatic recognition of depth values on pilot maps using deep learning methods. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2025;9(1):52–60. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2025-9-1-52-60>
6. Армеев Г.А., Кирпичников М.П., Кобельков Г.М., Кудрявцев А.В., Ложников М.А., Новоселецкий В.Н. и др. Применение нейронных сетей для распознавания конформационных изменений в структуре белка по рентгеновским дифрактограммам его одиночных молекул на примере фотоцикла бактериородопсина. *Интеллектуальные системы. Теория и приложения*. 2022;26(1):24–34.
- Armeev G.A., Kirpichnikov M.P., Kobelkov G.M., Kudryavtsev A.V., Lozhnikov M.A., Novoseletskiy V.N. et al. Application of neural networks to recognize conformational changes in the structure of a protein from X-ray diffraction patterns of its single molecules using the example of the photocycle of bacteriorhodopsin. *Intelligent systems. Theory and applications*. 2022;26(1):24–34. (In Russ.)
7. Кирилловых С.А., Юрков К.А. Нейросетевой подход к реализации агента анализа подсистемы балансировки TriadBalance. *Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика*. 2010;1(1):98–105.
- Kirillovich S.A., Yurkov K.A. Neural network approach to the implementation of the analysis agent of the TriadBalance balancing subsystem. *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2010;1(1):98–105. (In Russ.)
8. Чернопяттов А.В. Нейросетевая система распознавания номеров железнодорожных вагонов. *Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика*. 2013;4(23):96–102.
- Chernopyatov A.V. Neural network system for recognizing numbers of railway cars. *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2013;4(23):96–102. (In Russ.)

9. Ханжина Н.Е., Замятина Е.Б. Использование классических методов и нейронных сетей для распознавания пыльцевых зерен. *Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика*. 2014;4(27):111–119. Khanzhina N.E., Zamyatina E.B. Using classical methods and neural networks for recognizing pollen grains. *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2014;4(27):111–119. (In Russ.)
10. Чернышов Ю.Ю. Применение автокодировщиков для выявления аномалий в киберфизических системах. *Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика*. 2022;4(59):89–94. <https://doi.org/10.17072/1993-0550-2022-4-89-94> Chernyshov Yu.Yu. Application of autoencoders to detect anomalies in cyber-physical systems. *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2022;4(59):89–94. (In Russ.) <https://doi.org/10.17072/1993-0550-2022-4-89-94>
11. Иванова К.В., Сальников А.Ф., Мормуль Р.В. Искусственный интеллект для контроля передачи данных в тактическом звене управления с использованием многослойного и многопоточного шифрования геопространственной обстановки. *Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика*. 2023;2(61):65–71. <https://doi.org/10.17072/1993-0550-2023-2-65-71> Ivanova K.V., Salnikov A.F., Mormul R.V. Artificial intelligence for monitoring data transmission at the tactical control level using multi-layer and multi-stream encryption of the geospatial situation. *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2023;2(61):65–71. (In Russ.) <https://doi.org/10.17072/1993-0550-2023-2-65-71>
12. Бузмакова М.М., Воробьев Е.А. Моделирование распространения сетевого вируса в локальной компьютерной сети методами теории перколяции. *Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика*. 2024;2(65):54–60. <https://doi.org/10.17072/1993-0550-2024-2-54-60> Buzmakova M.M., Vorobyov E.A. Modeling the spread of a network virus in a local computer network using percolation theory methods. *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2024;2(65):54–60. (In Russ.) <https://doi.org/10.17072/1993-0550-2024-2-54-60>
13. Быков И.В., Ротанева Н.Ю., Шкарапута А.П. Применение математических методов в искусственной нейронной сети для распознавания в голосе «фальшивых» эмоций. *Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика*. 2024;4(67):104–116. <https://doi.org/10.17072/1993-0550-2024-4-104-116> Bykov I.V., Rotaneva N.Yu., Shkaraputa A.P. Application of mathematical methods in an artificial neural network for recognizing “fake” emotions in the voice. *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2024;4(67):104–116. (In Russ.) <https://doi.org/10.17072/1993-0550-2024-4-104-116>
14. Бочкарев В.А., Усынин А.А., Осипов А.Д., Аухадиев М.Р., Шаров Р.В., Барулина М.А. Модели сегментации сердечных артерий по коронарографическим снимкам. *Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика*. 2025;2(69):65–87. <https://doi.org/10.17072/1993-0550-2025-2-65-87> Bochkarev V.A., Usynin A.A., Osipov A.D., Aukhadiyev M.R., Sharov R.V., Barulina M.A. Models of segmentation of cardiac arteries based on coronary angiographic images. *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2025;2(69):65–87. (In Russ.) <https://doi.org/10.17072/1993-0550-2025-2-65-87>
15. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. *Численные методы: учебное пособие для студентов физико-математических специальностей высших учебных заведений*. Москва: Бином. Лаборатория знаний; 2011. 636 с. Bahvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobelkov G.M. *Numerical methods: a textbook for students of physics and mathematics specialties of higher educational institutions*. Binom. lab. Knowledge; 2011. 636 p. (In Russ.)
16. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. *Сборник задач по оптимизации: Теория. Примеры. Задачи*. Москва: Физматлит; 2008. 256 с. Alekseev V.M., Galeev E.M., Tikhomirov V.M. *Collection of optimization problems: Theory. Examples. Problems*. Moscow: FIZMATLIT; 2008. 256 p. (In Russ.)

Об авторах:

Наталья Константиновна Волосова, аспирант Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана (105005, Российская Федерация, г. Москва, ул. 2-я Бауманская, 5, стр. 1), navalosova@yandex.ru

Константин Александрович Волосов, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной математики Российского университета транспорта (127994, ГСП-4, Российская Федерация, г. Москва, ул. Образцова, 9, стр. 9), [ORCID](https://orcid.org/0000-0001-9151-1010), [SPIN-код](https://spina.org.ru/SPIN-код), konstantinvolosov@yandex.ru

Александра Константиновна Волосова, кандидат физико-математических наук, начальник аналитического отдела ООО «Трамплин» Российского университета транспорта (127994, ГСП-4, Российская Федерация, г. Москва, ул. Образцова, 9, стр. 9), [ORCID](https://orcid.org/0000-0001-9151-1010), [SPIN-код](https://spina.org.ru/SPIN-код), alya01@yandex.ru

Михаил Иванович Карлов, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики Московского физико-технического института (141701, ГСП-4, Российская Федерация, г. Долгопрудный, Институтский переулок, 9), [SPIN-код](https://orcid.org/0000-0001-9151-1010), karlov.mipt@gmail.com

Дмитрий Феликсович Пастухов, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры технологий программирования Полоцкого государственного университета (211440, Республика Беларусь, г. Новополоцк, ул. Блохина, 29), [ORCID](https://orcid.org/0000-0001-9151-1010), [SPIN-код](https://spina.org.ru/SPIN-код), dmitrij.pastuhov@mail.ru

Юрий Феликсович Пастухов, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры технологий программирования Полоцкого государственного университета (211440, Республика Беларусь, г. Новополоцк, ул. Блохина, 29), [ORCID](#), [SPIN-код](#), pulsar1900@mail.ru

Заявленный вклад авторов:

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Natalya K. Volosova, Post-graduate Student of Bauman Moscow State Technical University (5–1, 2nd Baumanskaya St., Moscow, 105005, Russian Federation), navalosova@yandex.ru

Konstantin A. Volosov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Applied Mathematics of the Russian University of Transport (9–9, Obraztsova St., Moscow, GSP-4, 127994, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), konstantinvolosov@yandex.ru

Aleksandra K. Volosova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Chief Analytical Department “Tramplin” LLC, Russian University of Transport (9–9, Obraztsova St., Moscow, GSP-4, 127994, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), alya01@yandex.ru

Mikhail I. Karlov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, Moscow Institute of Physics and Technology (9, Institutsky Lane, GSP-4, Dolgoprudny, 141701, Russian Federation), [SPIN-code](#), karlov.mipt@gmail.com

Dmitriy F. Pastukhov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Polotsk State University (29, Blokhin St., Novopolotsk, 211440, Republic of Belarus), [ORCID](#), [SPIN-code](#), dmitrij.pastuhov@mail.ru

Yuriy F. Pastukhov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Polotsk State University (29, Blokhin St., Novopolotsk, 211440, Republic of Belarus), [ORCID](#), [SPIN-code](#), pulsar1900@mail.ru

Contributions of the authors:

All authors have made an equivalent contribution to the preparation of the publication.

Conflict of Interest Statement: the authors declare no conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 12.02.2026

Поступила после рецензирования / Reviewed 26.03.2026

Принята к публикации / Accepted 14.05.2026

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

INFORMATION TECHNOLOGIES



УДК 004.942:551.435

Оригинальное эмпирическое исследование

<https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-31-40>


Математическое моделирование береговой линии Черного моря с учетом ее фрактальной структуры и построение сеток

Н.М. Кодацкий^{ID}, Ю.В. Белова^{ID}✉

Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

✉ yvbelova@yandex.ru

Аннотация

Введение. Береговая линия водоема представляет собой сложный природный объект, геометрия которого проявляет нерегулярность и признаки самоподобия, а длина зависит от масштаба измерения. Несмотря на широкое изучение её фрактальных свойств, переход к цифровому представлению береговой линии представляет собой комплексную процедуру и является актуальной темой исследования. В настоящей работе описана созданная математико-алгоритмическая схема анализа береговой линии, включающая валидацию геометрии, геодезическое измерение, анализ масштабной зависимости, оценку фрактальной размерности и выбор адаптивной четырёхугольной сетки на примере Чёрного моря.

Материалы и методы. Для береговой линии, представленной конечной последовательностью географических точек, проводятся процедуры нормализации и валидации, что позволяет получить промежуточный геометрически правдоподобный контур. Длина контура вычисляется на сфере с использованием формулы гаверсина. Для работы с многомасштабностью и фрактальными характеристиками береговой линии применяется метод «подсчета ящиков». Для перехода от линии к 2D-представлению акватории применяется равноплощадная проекция *Lambert azimuthal equal-area (LAEA)*, а затем строится поле требуемого размера ячейки. Далее строятся подробные и укрупненные полноквадратные сетки с помощью генераторов *Delaunay*, *Frontal-Delaunay for Quads* и *Packing of Parallelograms*. Производится сравнение генераторов сеток.

Результаты исследования. Проведен вычислительный эксперимент на данных береговой линии Чёрного моря. Сравнение двух наборов сеток показало, что лучшим генератором по заданному многокритериальному показателю является *Delaunay*. Для сохранения существенных береговых особенностей на масштабе всей акватории следует использовать *Delaunay* с диапазоном 125–250 м. Подробный *Delaunay* с диапазоном 50–250 м следует выбирать, когда в приоритете точность восстановления рельефа дна.

Обсуждение. Практическая значимость работы состоит в возможности подготовки верифицированных контуров и сеток для моделирования рельефа дна, геоинформационного анализа и последующих гидродинамических расчётов.

Заключение. Перспективы дальнейших исследований связаны с расширением класса анализируемых береговых систем, сопоставлением различных методов оценки фрактальной размерности, исследованием влияния пространственного разрешения исходных геоданных на устойчивость вычисляемых метрик, а также с адаптацией подхода к задачам многомасштабного мониторинга береговой динамики.

Ключевые слова: береговая линия, адаптивная четырёхугольная сетка, математическое моделирование, фрактальная геометрия, подсчёт покрывающих ячеек, батиметрия, масштабная зависимость

Благодарности. Авторы выражают признательность руководителю научного направления, член-корреспонденту РАН Александру Ивановичу Сухинову за внимание к работе.

Финансирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22–11–00295–П, <https://rscf.ru/project/22-11-00295/>

Для цитирования. Кодацкий Н.М., Белова Ю.В. Математическое моделирование береговой линии Черного моря с учетом ее фрактальной структуры и построение сеток. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(3):31–40. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-31-40>

15. Хуснуллин Ш.Р., Коледина К.Ф., Алимбекова С.Р., Ишмуратов Ф.Г. Машинное обучение в анализе влияния электромагнитного поля на скорость коррозии и солеотложения нефтепромыслового оборудования. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023;7(1):70–76. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-6-1-70-76>

Khusnullin Sh.R., Koledina K.F., Alimbekova S.R., Ishmuratov F.G. Machine learning in the analysis of the influence of an electromagnetic field on the rate of corrosion and salt deposition of oilfield equipment. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023;7(1):70–76. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-6-1-70-76>

16. Панасенко Н.Д., Сухинов А.И. Программа распознавания разнородных объектов на поверхности морских и прибрежных систем на основе данных дистанционного зондирования. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ, № 2021617654. 2021. 16 с.

Panasenko N.D., Sukhinov A.I. A program for recognizing heterogeneous objects on the surface of marine and coastal systems based on remote sensing data. Certificate of state registration of the computer program No. 2021617654 Russian Federation. 2021.

17. Арзуманян Р.В., Сухинов А.И. Исследование влияния шаблона доступа к глобальной памяти графического процессора на производительность. *Вестник Донского государственного технического университета*. 2016;2(85):105–110. <https://doi.org/10.12737/19687>

Arzumanyan R.V., Sukhinov A.I. Investigation of the effect of the global GPU memory access pattern on performance. *Bulletin of the Don State Technical University*. 2016;2(85):105–110. (In Russ.) <https://doi.org/10.12737/19687>

Об авторах:

Игорь Александрович Усенко, аспирант Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), [SPIN-код](#), usenkoigor01@gmail.com

Денис Анатольевич Соломаха, аспирант Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), [SPIN-код](#), solomakha.05@yandex.ru

Олеся Владимировна Колгунова, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры прикладной математики и информатики Северо-Осетинского государственного университета (362025, Российская Федерация, г. Владикавказ, ул. Ватутина, 44–46), [ORCID](#), [SPIN-код](#), kolev2003@mail.ru

Заявленный вклад авторов:

И.А. Усенко: разработка программного обеспечения; проведение экспериментов; формулировка достигнутых результатов и описание их значимости.

Д.А. Соломаха: постановка задачи; формулировка идей исследования, целей и задач; разработка методологии.

О.В. Колгунова: курирование данных; деятельность по аннотированию.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Igor A. Usenko, Graduate student at Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), usenkoigor01@gmail.com

Denis A. Solomakha, Graduate student at Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), solomakha.05@yandex.ru

Olesya V. Kolgunova, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Senior Lecturer at the Department of Applied Mathematics and Computer Science, North Ossetian State University (44–46, Vatulina St., Vladikavkaz, 362025, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), kolev2003@mail.ru

Contributions of the authors:

I.A. Usenko: software development; conducting experiments; formulating the achieved results and describing their significance.

D.A. Solomakha: defining the task; formulating research ideas, goals and objectives; developing the methodology.

O.V. Kolgunova: data curation; annotation activities.

Conflict of Interest Statement: the authors declare no conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 29.04.2026

Поступила после рецензирования / Reviewed 21.05.2026

Принята к публикации / Accepted 16.06.2026

Цель настоящего исследования состоит в разработке и обосновании математико-алгоритмической схемы анализа береговой линии, включающей:

- 1) валидацию и нормализацию дискретной геометрии;
- 2) геодезическое измерение длины;
- 3) исследование масштабной зависимости;
- 4) оценку эмпирической фрактальной размерности;
- 5) построение и количественный выбор адаптивной четырехугольной сетки для сохранения существенных береговых особенностей.

Научная новизна работы состоит в том, что анализ береговой линии рассматривается не как совокупность разрозненных вычислительных процедур, а как единая воспроизводимая математико-алгоритмическая схема, объединяющая геометрическую валидацию, геодезическое измерение, фрактальный анализ и генерацию сетки. В отличие от работ, где фрактальная размерность оценивается без явного контроля качества исходной геометрии либо генератор выбирается только по визуальному впечатлению, в вычислительную постановку включены нормализация полилинии, контроль самопересечений, анализ устойчивости оценки размерности и формализованный критерий сохранения береговых особенностей.

Практическая значимость исследования заключается в возможности применения предложенного подхода для анализа цифровых береговых контуров, повышения достоверности морфометрических расчётов, сопоставления данных различного пространственного разрешения и подготовки верифицированных геометрических данных к дальнейшему моделированию в задачах геоинформатики, геоморфологии и мониторинга береговых систем [5–24]. Отдельным прикладным результатом является правило выбора генератора и диапазона размера ячеек, которое не зависит от субъективного вида сетки на карте.

Материалы и методы. Постановка задачи и математическая репрезентация объекта. Пусть береговая линия представлена конечной последовательностью географических точек [1]:

$$C = p_i^n, \quad (1.1)$$

где $p_i = (\varphi_i - \lambda_i)$, $i = \overline{1, n}$, φ_i — широта, λ_i — долгота i -й точки. Исходный контур Чёрного моря получен из *Marine Regions* [6].

В рамках исследования требуется построить вычислительную схему, которая по заданной последовательности точек обеспечивает:

- проверку геометрической корректности контура;
- вычисление его длины в геодезической метрике;
- анализ зависимости длины от масштаба представления;
- оценку эмпирической фрактальной размерности;
- выбор генератора и диапазон размера адаптивной четырехугольной сетки.

Принципиально важно, что рассматриваемый объект не отождествляется с его цифровой записью. Последовательность координат трактуется как операциональная модель береговой линии, пригодная для математического анализа, но неизбежно зависящая от разрешения исходных данных, процедуры отбора точек и выбранного способа измерения. Тем самым предмет исследования смещается от описания отдельной программной реализации к построению математически интерпретируемой и воспроизводимой схемы анализа, пригодной для изучения масштабно-зависимых свойств береговых контуров.

Нормализация и валидация геометрии. Нормализация удаляет дубликаты, проверяет порядок обхода, самопересечения и аномально длинные сегменты. Для несмежных отрезков применяется тестовая ориентация [7–9]:

$$\text{orient}(A, B, C) = (b_x - a_x)(c_y - a_y) - (b_y - a_y)(c_x - a_x).$$

Исходная полилиния остаётся единственным источником количественных расчётов; упрощение допускается только при отрисовке *SVG*, чтобы не смешивать визуальное упрощение и измерение. Тем самым валидация фиксирует геометрически правдоподобный контур до вычисления длины, фрактальной характеристики и построения сетки.

Геодезическое измерение длины. Поскольку точки береговой линии заданы в географических координатах, длина контура вычисляется не в евклидовой плоскости, а на сфере с использованием формулы гаверсина [3, 4]. Для двух последовательных точек $p_i = (\varphi_i - \lambda_i)$ и $p_{i+1} = (\varphi_{i+1} - \lambda_{i+1})$ расстояние определяется как:

$$d_i = 2R \arctan \frac{\sqrt{h_i}}{\sqrt{1-h_i}}, \quad (2.1)$$

где $h_i = \sin\left(\frac{2\Delta\varphi_i}{2}\right) + \cos\varphi_i \cos\varphi_{i+1} \sin\frac{2\Delta\lambda_i}{2}$, $\Delta\varphi_i = \varphi_{i+1} - \varphi_i$, $\Delta\lambda_i = \lambda_{i+1} - \lambda_i$, а R — средний радиус Земли.

Полная длина полилинии вычисляется суммированием расстояний между соседними точками:

$$L(C) = \sum_{i=1}^{n-1} d_i. \quad (2.2)$$

Для реализации используется $R = 6371$ км (средний радиус Земли). При проецировании координат для метода «подсчет ящиков» (*box-counting*) и упрощения геометрии используется локальная аппроксимация: $metresPerDegLat = 111\,194,9$ м/градус, $metresPerDegLon = 87\,300,0$ м/градус (относительно референсной точки $43.5^\circ N, 35.0^\circ E$ для Черного моря).

Такой подход позволяет получить физически интерпретируемую длину береговой линии в километрах и избежать систематических искажений, возникающих при прямом использовании плоской метрики на географических данных.

Масштабная зависимость и фрактальная характеристика. Длина берега зависит от детализации его цифрового контура [1, 10], поэтому фрактальная характеристика рассчитывается непосредственно по наблюдаемой линии, без подмены её синтетическими итерациями кривой Коха. Для 13 масштабов и четырёх взаимных смещений решётки применяется метод «подсчета ящиков» [1–3]:

$$\ln N_\varepsilon = D \ln \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) + C. \quad (2.3)$$

Коэффициент D интерпретируется только в принятом диапазоне масштабов. Рабочее окно требует не менее четырёх масштабов, $R^2 \geq 0,98$ и разброса локальных наклонов не более 0,18. Это исключает неустойчивую регрессию из дальнейшей интерпретации.

Адаптивная четырехугольная сетка и критерий выбора генератора. Для перехода от линии к 2D-представлению акватории применяется равноплощадная проекция *Lambert azimuthal equal-area (LAEA)*, а затем строится поле требуемого размера ячейки $h(x)$. Оно зависит от расстояния до берега, локальной кривизны контура и градиента глубины; на соседних рёбрах ограничивается скорость роста размера. Такой выбор обеспечивает сгущение ячеек у геометрически сложного берега и на участках резкого изменения рельефа, но не выдаёт сетку за гидродинамическую модель.

Сравнивались генераторы *Delaunay*, *Frontal-Delaunay for Quads* и *Packing of Parallelograms*, реализованные в *Gmsh* 4.15.2 [11]. Для каждого алгоритма на одинаковых входных данных строились полноквадратные сетки двух уровней: подробного (h от 200 до 1000 м) и укрупнённого (h от 500 до 1000 м). Входом служили единые береговая граница, батиметрия *GEBCO 2024* [12] и поле $h(x)$, следовательно, сравнение не подменяет влияние генератора изменением исходной геометрии.

Качество сохранения береговых особенностей задаётся суммарным относительным отклонением их площадей:

$$\delta_A = 100 \frac{\sum_{j=7}^m |A_j^{mesh} - A_j^{ref}|}{\sum_{j=1}^m A_j^{ref}}, \quad (2.4)$$

где A_j^{ref} и A_j^{mesh} — площади j -й косы, залива, острова или иной выделенной береговой формы для исходной границы и сетки соответственно. Вместе с *RMS*-отклонением границы e_b эта величина преобразуется в береговой балл:

$$C = \frac{1}{t + \delta_A + e_b / h_{\min}}. \quad (2.5)$$

Величина $S = 0,15C + 0,35B + 0,2G + 0,2T + 0,1E$, где B — балл сохранения батиметрии (*RMSE* глубины, объём, площади глубинных зон, уклоны и доля ближайших замен), G — качество четырёхугольников, T — доля рёбер в диапазоне $0,5 \leq \frac{1}{h} \leq 1,5$, E — эффективность по времени и пиковой памяти. Подход к учёту формы и вырождения ячеек согласуется с алгебраическими метриками качества сеток [13]. Все веса заранее фиксированы, сортировка выполняется по S , а не вручную.

Для успешных *MSH* дополнительно проверялись отсутствие треугольников и вырожденных ячеек, связность акватории, корректность физических меток границы и совпадение входного контура. Равенство у двух успешных генераторов одного уровня интерпретируется не как отсутствие контроля, а как подтверждение того, что оба генератора получили одну и ту же дискретизированную береговую границу. Поэтому различие их итогового места объясняется внутренней структурой ячеек, батиметрией, соответствием $h(x)$ и ресурсами.

Результаты исследования. Нормализованный контур и масштабная характеристика. В расчёт вошли 9635 точек полного контура Чёрного моря. После нормализации его геодезическая длина составила 6398 км. Метод «подсчет ящиков» по 13 масштабам дал $D = 1,10840$, $R^2 = 0,9999$ и разброс локальных наклонов 0,1659. Критерий устойчивости выполнен. Эти значения описывают только данное разрешение исходной геометрии и не интерпретируются как доказательство совпадения с идеальной кривой Коха (рис. 1–2).

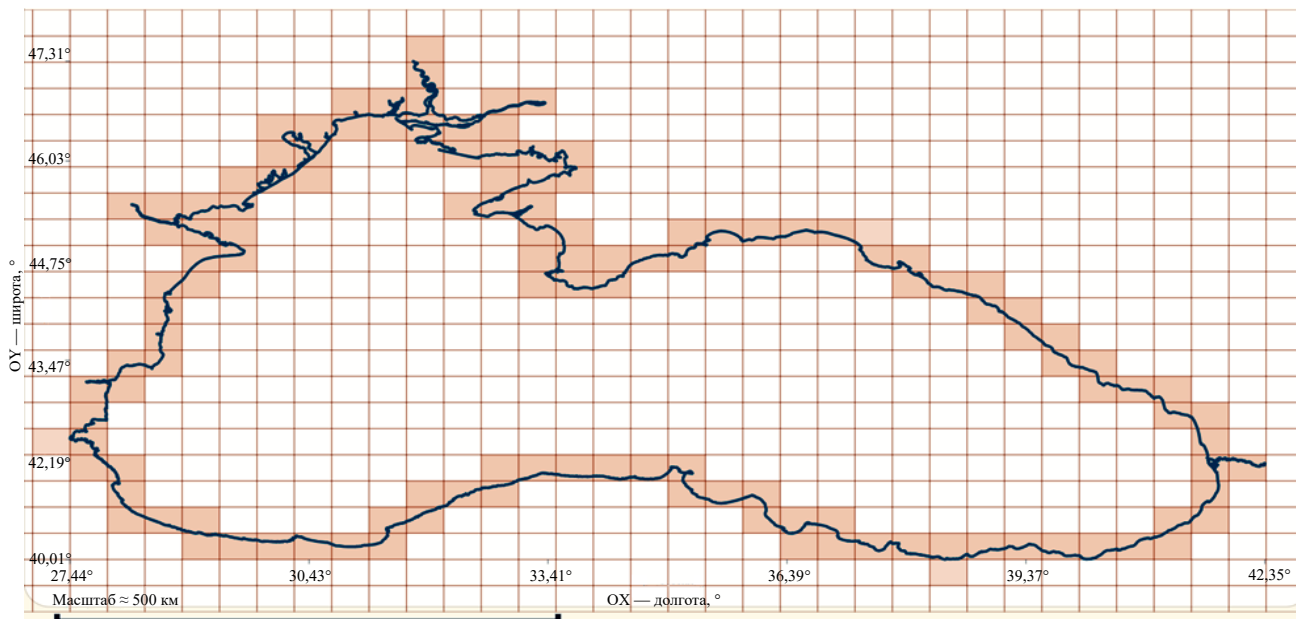
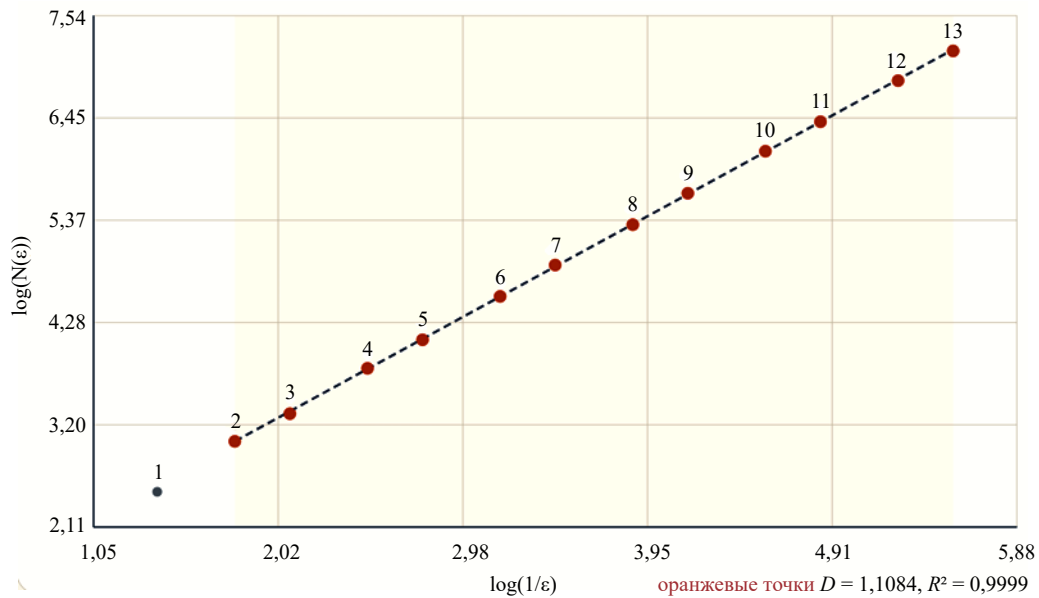


Рис. 1. Нормализованный контур Чёрного моря и покрытие методом «подсчет ящиков»

Рис. 2. Логарифмическая регрессия метода «подсчет ящиков»
для наблюдаемой береговой линии

Сравнение генераторов адаптивной четырёхугольной сетки. Батиметрическая карта задаёт пространственный контекст эксперимента: глубины, изобаты и сложность береговой формы. Она не является навигационным продуктом, а служит исходной моделью для оценки сохранения рельефа (рис. 3–5).

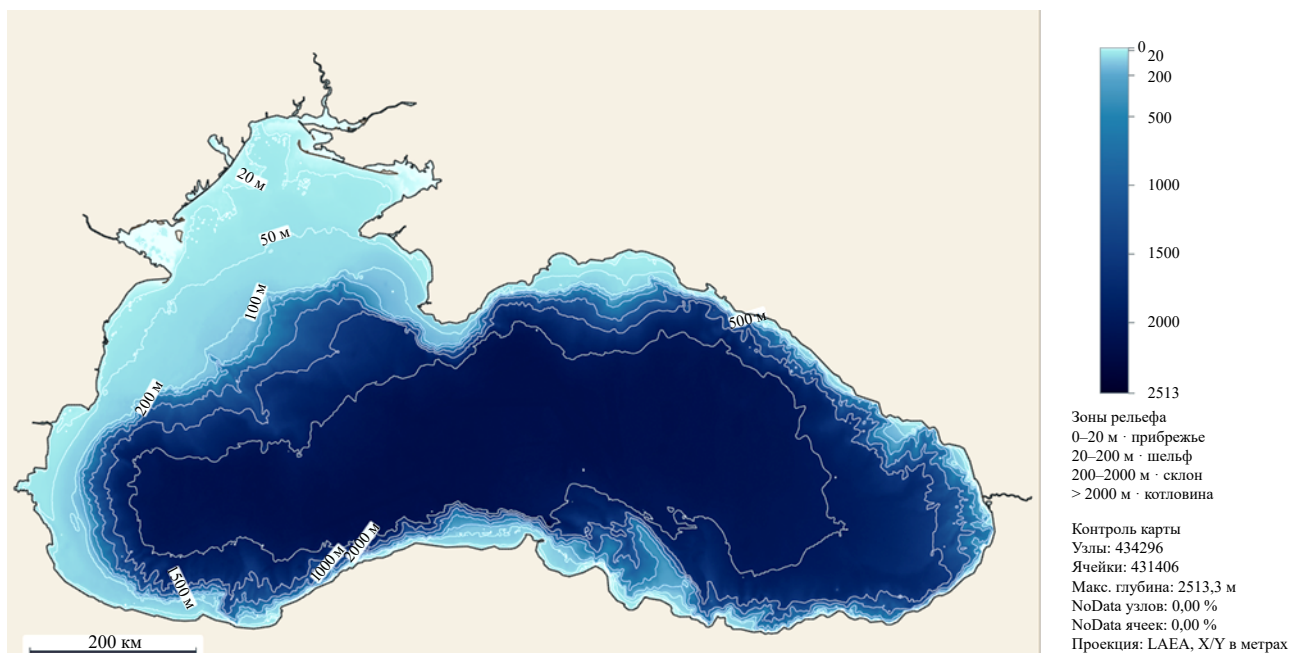


Рис. 3. Обзорная батиметрическая карта Чёрного моря и опорные изобаты

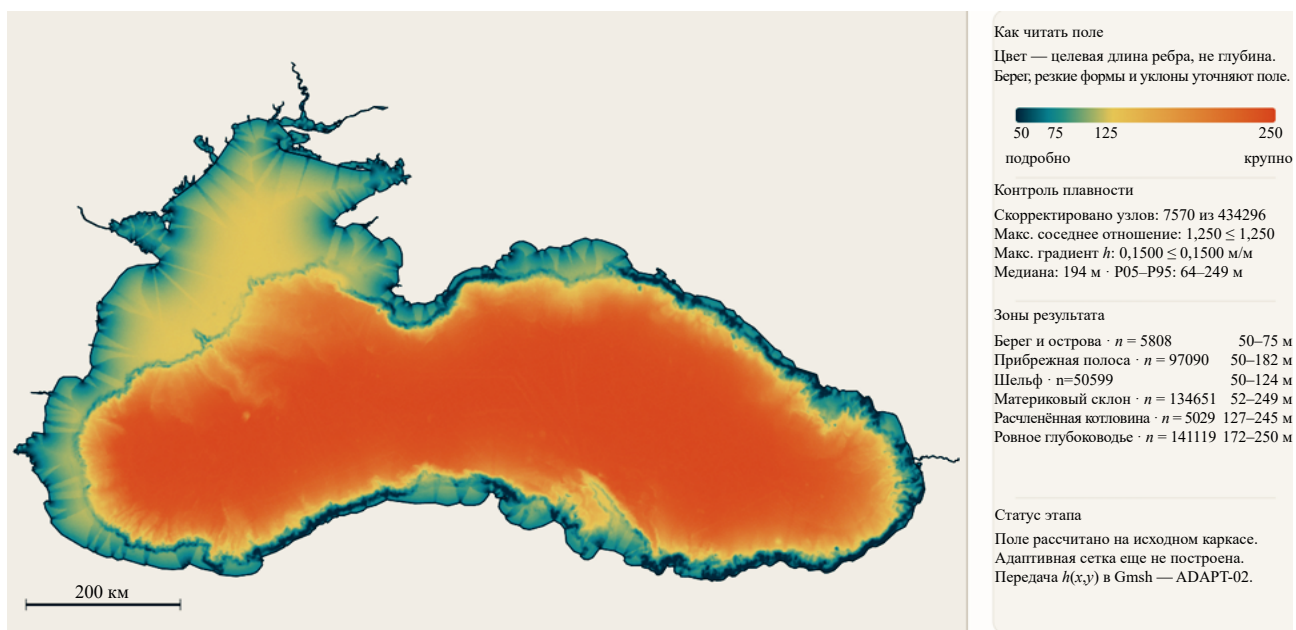


Рис. 4. Поле требуемого размера ячейки для Чёрного моря

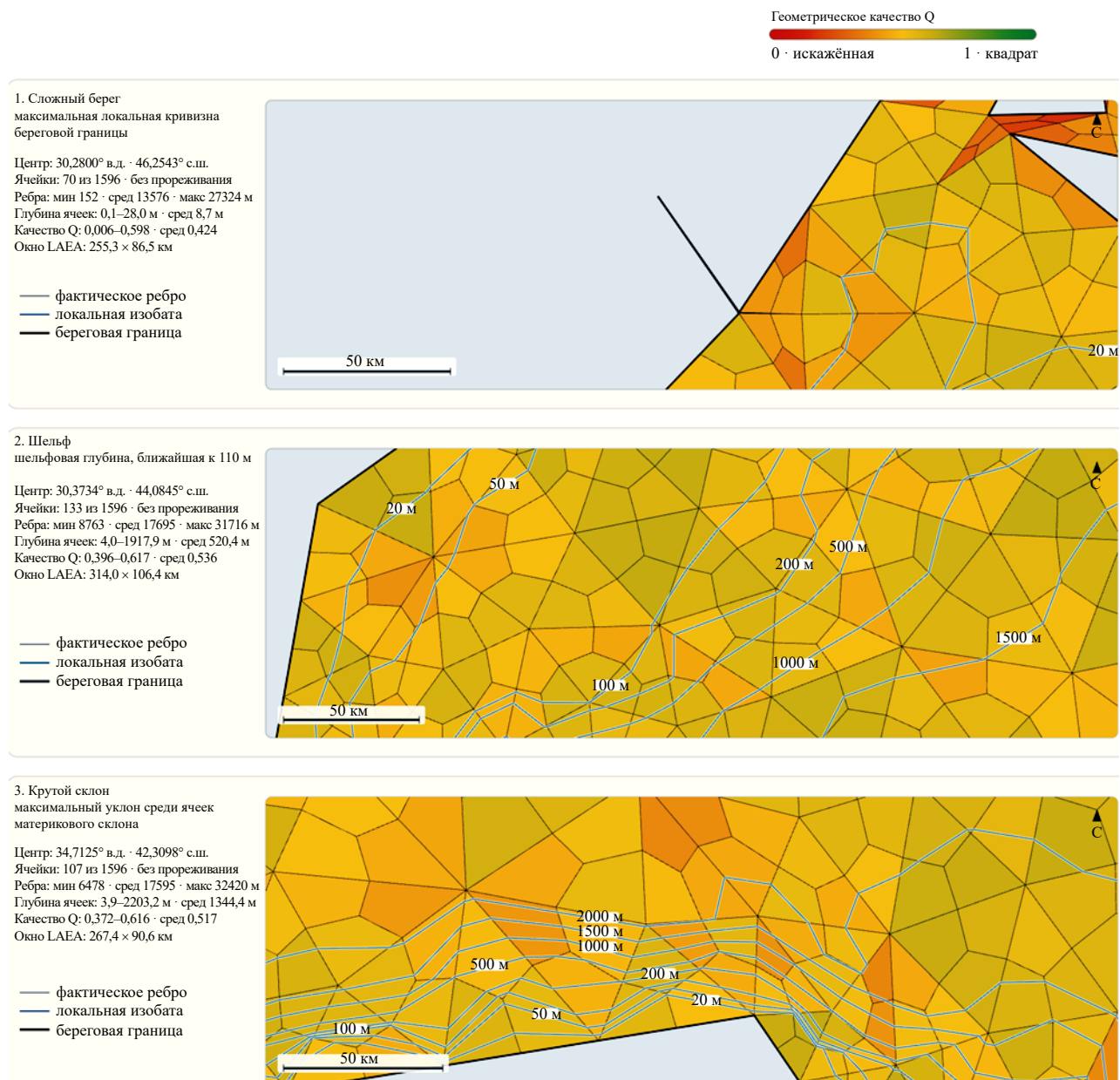


Рис. 5. Фактические фрагменты сетки и изобаты: сложный берег, шельф и крутой склон

Таблица 1 содержит результаты двух независимых воспроизводимых запусков. Все успешные варианты имеют 100 % четырёхугольников, принятую топологию и машинное совпадение границы $e_b \approx 3 \cdot 10^{-7}$ м. Следовательно, в пределах одного уровня генераторы одинаково сохраняют заданный входной берег. Различие в δ_A между уровнями характеризует влияние уровня детализации и дискретизации исходной границы.

Таблица 1

Количественное сравнение генераторов на двух уровнях адаптивной сетки

Уровень	Генератор	Ячеек	δ_A , %	$RMSE$ глубины, м	Q_{cp}	Ребер в допуске, %	Время, с	S
50–250	<i>Delaunay</i>	3 041 643	195,46	0,333	0,537	93,97	47,4	71,50
50–250	<i>Frontal-Delaunay for Quads</i>	2 452 929	195,46	0,376	0,548	92,06	41,2	70,54
125–250	<i>Delaunay</i>	1 191 504	78,18	0,638	0,536	94,94	18,1	72,51
125–250	<i>Frontal-Delaunay for Quads</i>	967 734	78,18	0,727	0,547	93,26	16,6	71,33

На подробном уровне *Delaunay* превосходит *Frontal-Delaunay for Quads* на 0,96 балла. Его преимущество обусловлено меньшей *RMSE* глубины (0,333 против 0,376 м), большей долей рёбер в допуске и меньшей пиковой *RSS* (381,6 против 551,9 МиБ); *Frontal-Delaunay* несколько быстрее и имеет более высокое среднее качество ячеек. На укрупнённом уровне *Delaunay* сохраняет первое место с разрывом 1,18 балла: *RMSE* глубины ниже на 0,090 м, а доля рёбер в допуске выше на 1,68 п.п.; *Frontal-Delaunay* быстрее на 1,5 с и имеет немного более высокое $Q_{\text{ср}}$.

Для наглядного сопоставления рекомендуется показать два успешных генератора на одной и той же Кызылрмакской косе, а именно на рекомендуемом уровне 125–250 м (рис. 6 и 7).

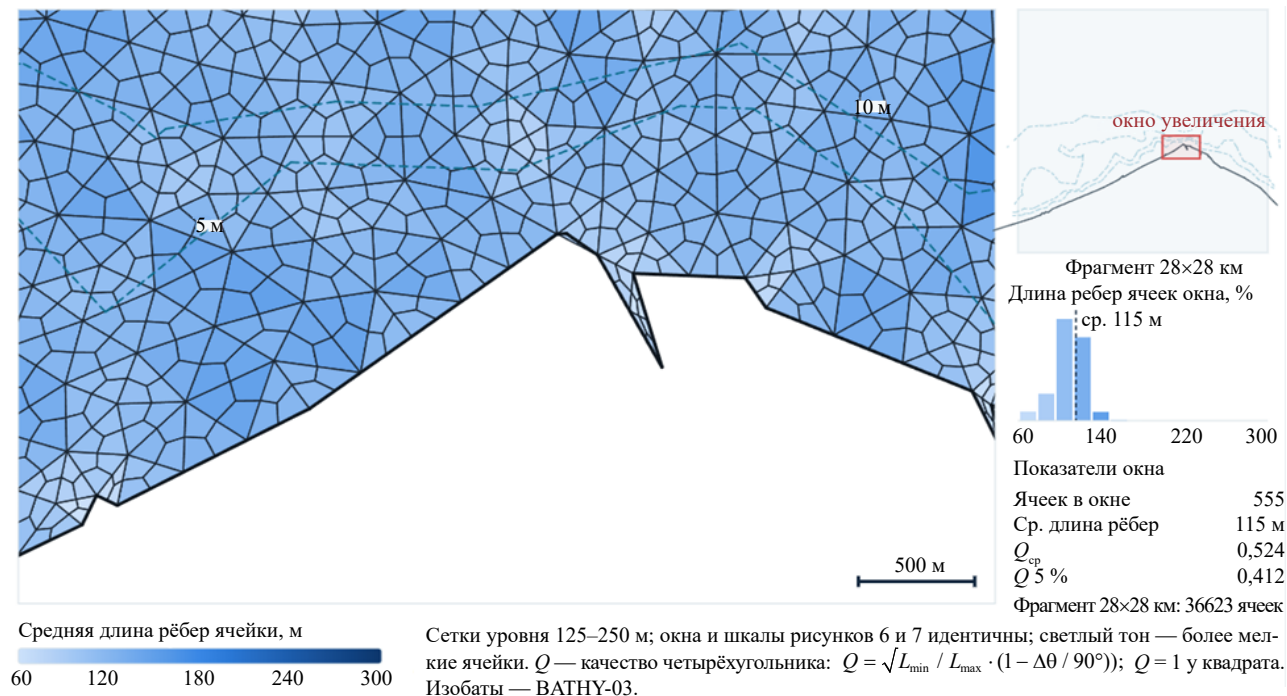


Рис. 6. Кызылрмакская коса: *Delaunay*, рекомендуемый уровень 125–250 м

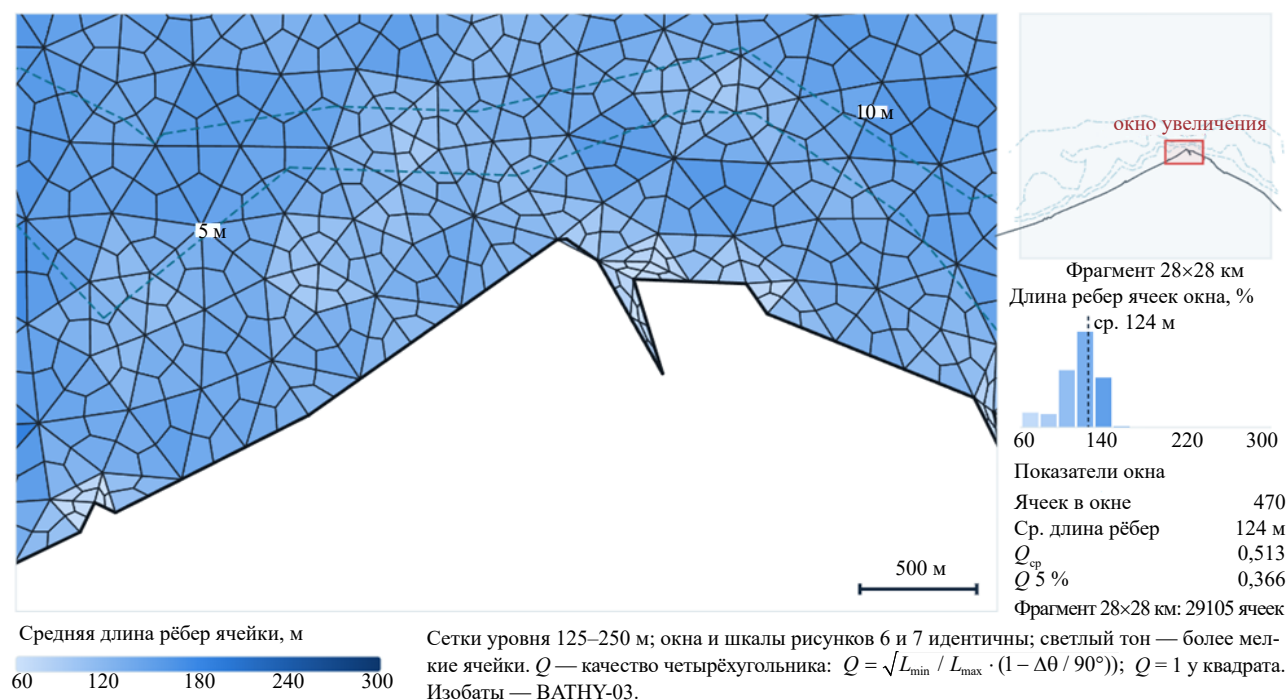


Рис. 7. Кызылрмакская коса: *Frontal-Delaunay for Quads*, уровень 125–250 м

Packing of Parallelograms не включён в таблицу успешных сеток: в принятом контрольном отчёте он превысил лимит 10 мин на обоих уровнях и не создал *MSH*, пригодный для топологической и батиметрической проверки. Поэтому этот алгоритм нельзя рекомендовать для рассматриваемой постановки; отсутствие результата не заменяется нулевым или расчётным баллом.

Обсуждение. На основании вычислительного эксперимента можно сделать вывод, что вопрос выбора генератора сеток должен зависеть от назначения модели. Для сохранения существенных береговых форм на масштабе всей акватории по заданному критерию δ_d рекомендуется *Delaunay* с диапазоном 125–250 м: он даёт наименьшее суммарное отклонение площадей (78,18 %), наивысший итоговый балл (72,51) и почти в 2,6 раза меньше ячеек, чем подробный *Delaunay*. Если требуются локальная детализация и минимальная ошибка восстановления глубины, следует использовать *Delaunay* 50–250 м, принимая увеличение числа ячеек до 3,04 млн и худшее значение данного площадного критерия. Это не противоречие, а явно наблюдаемый компромисс между морфологическим критерием, батиметрией и вычислительной стоимостью. Научная новизна работы состоит в едином воспроизводимом контуре: нормализация геометрии, геодезическая и фрактальная характеристики, построение адаптивного поля размера и количественный выбор генератора по сохранению береговых особенностей. Практический результат заключается в правиле выбора сетки для подготовки задач рельефа дна и последующих прикладных расчётов без субъективного ранжирования по внешнему виду. Вывод относится к фиксированному контуру Чёрного моря, батиметрии, диапазонам размеров и весам критерия. Фрактальная размерность характеризует только рабочий диапазон масштабов, а итоговый балл генератора не переносится на другую акваторию без повторного расчёта. Совпадение входной границы у успешных генераторов означает, что внутри одного уровня они одинаково передают заданный берег; преимущество *Delaunay* обусловлено совокупностью батиметрических, размерных и ресурсных метрик.

Заключение. В работе предложена и обоснована математико-алгоритмическая схема анализа береговой линии как природного геометрически нерегулярного объекта и выбора адаптивной четырёхугольной сетки для акватории Чёрного моря. Показано, что корректное исследование такого объекта требует не только численных вычислений, но и предварительной нормализации геометрии, выбора адекватной метрики, учёта масштабной зависимости и явного критерия качества сетки.

Вычислительный эксперимент на данных береговой линии Чёрного моря дал геодезическую длину 6398 км и устойчивую оценку метода «подсчет ящиков» $D = 1,10840$ в принятом диапазоне масштабов. Результат фиксирует сложность именно наблюдаемого цифрового контура; он не отождествляется с идеализированной кривой Коха.

Сравнение двух наборов сеток показало, что лучшим генератором по заданному многокритериальному показателю является *Delaunay*: 71,50 балла для диапазона 50–250 м и 72,51 балла для диапазона 125–250 м. Для сохранения существенных береговых особенностей на масштабе всей акватории следует использовать *Delaunay* 125–250 м: суммарное отклонение площадей составляет 78,18 % против 195,46 % на подробном уровне, а число ячеек меньше в 2,6 раза. Подробный *Delaunay* 50–250 м следует выбирать, когда первична точность восстановления рельефа дна.

Научная новизна исследования заключается в объединении процедур геометрической валидации, геодезического измерения, фрактального анализа и количественного выбора генератора в единую воспроизводимую схему. Практическая значимость состоит в возможности подготовки верифицированных контуров и сеток для моделирования рельефа дна, геоинформационного анализа и последующих прикладных расчётов без подмены количественного выбора субъективной визуальной оценкой.

Перспективы дальнейших исследований связаны с расширением класса анализируемых береговых систем, сопоставлением различных методов оценки фрактальной размерности, исследованием влияния пространственного разрешения исходных геоданных на устойчивость вычисляемых метрик, а также с адаптацией подхода к задачам многомасштабного мониторинга береговой динамики.

Список литературы / References

1. Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W.H. Freeman; 1982. 460 p.
2. Falconer K. *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. Chichester: John Wiley & Sons; 2003. 337 p. <https://doi.org/10.1002/0470013850>
3. Snyder J.P. *Map Projections: A Working Manual*. Washington: U.S. Geological Survey; 1987. 283 p. <https://doi.org/10.3133/pp1395>
4. Bomford G. *Geodesy*. 4th ed. Oxford: Clarendon Press; 1980. 663 p.
5. Longley P.A., Goodchild M.F., Maguire D.J., Rhind D.W. *Geographical Information Systems and Science*. 3rd ed. Chichester: Wiley; 2011. 612 p.
6. Marine Regions. Standardized marine georeferenced database. URL: <https://marineregions.org/> (дата обращения: 09.04.2026).
7. De Berg M., Cheong O., van Kreveld M., Overmars M. *Computational Geometry: Algorithms and Applications*. 3rd ed. Berlin: Springer; 2008. 386 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-77974-2>
8. O'Rourke J. *Computational Geometry in C*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1998. 362 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511804120>
9. Preparata F.P., Shamos M.I. *Computational Geometry: An Introduction*. New York: Springer; 1985. 400 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1098-6>
10. Richardson L.F. The problem of contiguity: an appendix to statistics of deadly quarrels. *General Systems Yearbook*. 1961;6:139–187.
11. Geuzaine C., Remacle J.-F. Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2009;79(11):1309–1331. <https://doi.org/10.1002/nme.2579>

12. GEBCO Compilation Group. *GEBCO 2024 Grid*. 2024. <https://doi.org/10.5285/1c44ce99-0a0d-5f4f-e063-7086abc0ea0f>
13. Knupp P.M. Algebraic mesh quality metrics for unstructured initial meshes. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2003;39(3):217–241. [https://doi.org/10.1016/S0168-874X\(02\)00070-7](https://doi.org/10.1016/S0168-874X(02)00070-7)
14. Karperien A., Jelinek H. F. Box-Counting Fractal Analysis: A Primer for the Clinician. In: *The Fractal Geometry of the Brain*. New York: Springer, 2024. https://doi.org/10.1007/978-3-031-47606-8_2
15. Jiang B., Brandt S.A. A fractal perspective on scale in geography. *International Journal of Geographical Information Science*. 2016;30(1): 17–30. <https://doi.org/10.1080/13658816.2015.1082532>
16. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. 3rd ed. Cambridge: Cambridge University Press; 2007. 994 с.
17. Самарский А.А. *Теория разностных схем*. Москва: Наука; 1989. 616 с.
Samarskii A.A. *Theory of Difference Schemes*. Moscow: Nauka; 1989. 616 p.
18. Калиткин Н.Н. *Численные методы*. 2-е изд., испр. СПб.: БХВ-Петербург; 2011. 586 с.
Kalitkin N.N. *Numerical Methods*. 2nd ed., revised. St. Petersburg: BHV-Peterburg; 2011. 586 p.
19. Самарский А.А., Гулин А.В. *Численные методы*. М.: Наука; 1989. 432 с.
Samarskii A.A., Gulina A.V. *Numerical Methods*. Moscow: Nauka; 1989. 432 p.
20. Quarteroni A., Sacco R., Saleri F. *Numerical Mathematics*. 2nd ed. New York: Springer; 2007. 654 p.
<https://doi.org/10.1007/b98885>
21. Burden R.L., Faires J.D. *Numerical Analysis*. 9th ed. Boston: Brooks/Cole; 2011. 872 p.
22. Atkinson K.E. *An Introduction to Numerical Analysis*. New York: John Wiley & Sons; 1989.
23. Hofmann-Wellenhof B., Moritz H. *Physical Geodesy*. Wien; New York: Springer; 2005. 403 p. <https://doi.org/10.1007/b139113>
24. Li Z., Zhu Q., Gold C. *Digital Terrain Modeling: Principles and Methodology*. Boca Raton: CRC Press; 2005. 448 p.
<https://doi.org/10.1201/9780203357132>

Об авторах:

Никита Максимович Кодацкий, аспирант кафедры математики и информатики Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](https://orcid.org/0000-0001-9151-7132), nickitadatsky@gmail.com

Юлия Валериевна Белова, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и информатики Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](https://orcid.org/0000-0001-9151-7132), [SPIN-код](https://spiner.ru/0000-0001-9151-7132), [ScopusID](https://scopus.com/authid/detail/authid/12345678901), yvbelova@yandex.ru

Заявленный вклад авторов:

Н.М. Кодацкий: формулирование основной концепции исследования; осуществление научно-исследовательского процесса, включая проведение вычислительных экспериментов; создание и подготовка рукописи: визуализация результатов исследования и полученных данных; оформление графических материалов.

Ю.В. Белова: формулирование целей и задач исследования; создание и подготовка рукописи: критический анализ черновика рукописи; корректировка выводов; доработка текста.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Nikita M. Kodatsky, PhD student, Department of Mathematics and Informatics, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](https://orcid.org/0000-0001-9151-7132), nickitadatsky@gmail.com

Yulia V. Belova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematics and Informatics, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](https://orcid.org/0000-0001-9151-7132), [SPIN-code](https://spiner.ru/0000-0001-9151-7132), [ScopusID](https://scopus.com/authid/detail/authid/12345678901), yvbelova@yandex.ru

Contributions of the authors:

N.M. Kodatsky: formulation of the research concept; execution of the research process, including computational experiments; manuscript preparation: visualization of research results and data; preparation of graphic materials.

Yu.V. Belova: formulation of research goals and objectives; manuscript preparation: critical analysis of the draft manuscript; refinement of conclusions; text revision.

Conflict of Interest Statement: the authors declare no conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 25.06.2026

Поступила после рецензирования / Reviewed 28.07.2026

Принята к публикации / Accepted 27.08.2026

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

INFORMATION TECHNOLOGIES



УДК 004.032.26:004

Оригинальное эмпирическое исследование

<https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-41-48>


Сравнительный анализ эффективности обнаружения загрязнений нефтепродуктами водных систем на основе предобученных нейросетевых моделей семейства YOLO и архитектур SMDNetV4 и PSPNet

И.А. Усенко¹ , Д.А. Соломаха¹ , О.В. Колгунова² ¹ Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация² Северо-Осетинский государственный университет, г. Владикавказ, Российская Федерация✉ usenkoigor01@gmail.com

Аннотация

Введение. Рассматриваются архитектуры семантической сегментации *PSPNet*, *SMD-Net* и *YOLO26-Seg* для задачи обнаружения нефтяных разливов на спутниковых снимках. Особое внимание уделено сравнению точности сегментации при идентичных условиях обучения.

Материалы и методы. *PSPNet* использует архитектуру *ResNet101* с модулем пирамидального пулинга для семантической сегментации. *SMD-Net* — лёгкая архитектура общей магистрали с двумя декодирующими модулями *CTGM*, *CoordAtt*, *ASPP*. *YOLO26-Seg* сочетает кодирующую магистраль *YOLO26* с фиксированными весами и лёгкий декодирующий. Проведён сравнительный анализ метрик: *IoU* (пересечение над объединением) — отношение пересечения предсказанной и истинной областей к их объединению; *Dice* (коэффициент Дайса) — мера перекрытия сегментов, вычисляется на основе площади пересечения; *accuracy* (точность) — доля верных предсказаний среди общего их числа; время вывода — время, потраченное моделью на обработку одного входа.

Результаты исследования. *PSPNet* после обучения на пятидесяти эпохах по существующим маскам набора данных (без ручной разметки) значительно превзошёл *SMD-Net* по бинарной сегментации нефти (*IoU* = 0,704, *Dice* = 0,770, *Acc* = 0,896) против *SMD-Net* (*IoU* = 0,467, *Dice* = 0,575, *Acc* = 0,671). Дополнительно обученная *YOLO26l-seg* показала умеренные пиксельные метрики (*IoU* = 0,320) при сниженном пороге детекции, что делает её ограниченно применимой для данной задачи.

Обсуждение. Выбор архитектуры для сегментации нефтяных разливов определяется компромиссом между точностью и скоростью: *PSPNet* обеспечивает наилучшее качество, *SMD-Net* проигрывает по всем метрикам, а *YOLO26-SemSeg* не способен определять разливы нефтяных пятен без обучения.

Заключение. *PSPNet* значительно превосходит *SMD-Net* и *YOLO26-Seg* по бинарной сегментации нефтяных разливов при одинаковых условиях обучения (*IoU* = 0,704 против 0,467), что подтверждает эффективность архитектуры *ResNet101* с пирамидальным пулингом.

Ключевые слова: сегментирование нефтяных пятен, сегментирование, глубокое обучение, компьютерное зрение, сравнение архитектур нейросетей

Финансирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22–11–00295–П, <https://rscf.ru/project/22-11-00295/>

Для цитирования. Усенко И.А., Соломаха Д.А., Колгунова О.В. Обзор и сравнительная оценка метрик архитектур детекции и сегментации предобученных моделей семейства YOLO, а также архитектур SMDNetV4 и PSPNet. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(3):41–48. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-41-48>

Comparative Analysis of the Effectiveness of Petroleum-Product Contamination Detection in Aquatic Systems Using Pre-Trained YOLO-Family Neural Network Models and the SMDNetV4 and PSPNet Architectures

Igor A. Usenko¹  , Denis A. Solomakha¹ , Olesya V. Kolgunova² 

¹ Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

² North Ossetian State University, Vladikavkaz, Russian Federation

 usenkoigor01@gmail.com

Abstract

Introduction. The PSPNet, SMD-Net, and YOLO26-Seg semantic segmentation architectures are considered for the task of detecting oil spills in satellite imagery. Particular attention is paid to comparing segmentation accuracy under identical training conditions.

Materials and Methods. PSPNet uses a ResNet101 backbone with a pyramid pooling module for semantic segmentation. SMD-Net is a lightweight shared-backbone architecture with two decoders and CTGM, CoordAtt, and ASPP modules. YOLO26-Seg combines a YOLO26 encoder backbone with fixed weights and a lightweight decoder. The following metrics are compared: *IoU* (Intersection over Union), defined as the ratio of the intersection of the predicted and ground-truth regions to their union; *Dice* (Dice coefficient), a measure of segment overlap based on the intersection area; *accuracy*, the proportion of correct predictions among all predictions; inference time, the time required by the model to process one input; and the number of trainable parameters.

Results. After 50 epochs of training on the existing dataset masks without manual annotation, PSPNet significantly outperformed SMD-Net in binary oil-spill segmentation (*IoU* = 0.704, *Dice* = 0.770, *Acc* = 0.896 versus *IoU* = 0.467, *Dice* = 0.575, *Acc* = 0.671 for SMD-Net). The additionally fine-tuned YOLO26l-seg model demonstrated moderate pixel-level metrics (*IoU* = 0.320) at a reduced detection threshold, which limits its applicability to this task.

Discussion. The choice of architecture for oil-spill segmentation is governed by a trade-off between accuracy and speed: PSPNet provides the highest segmentation quality, SMD-Net performs worse across all metrics, and YOLO26-SemSeg cannot reliably detect oil spills without task-specific training.

Conclusion. PSPNet significantly outperforms SMD-Net and YOLO26-Seg in binary oil-spill segmentation under identical training conditions (*IoU* = 0.704 versus 0.467 for SMD-Net), confirming the effectiveness of the ResNet101 backbone combined with pyramid pooling.

Keywords: oil-spill segmentation, semantic segmentation, deep learning, computer vision, comparison of neural network architectures

Funding. The study was supported by Russian Science Foundation grant No. 22-11-00295-П, <https://rscf.ru/en/project/22-11-00295/>

For Citation. Usenko I.A., Solomakha D.A., Kolgunova O.V. Comparative analysis of the effectiveness of petroleum-product contamination detection in aquatic systems using pre-trained YOLO-family neural network models and the SMDNetV4 and PSPNet architectures. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(3):41–48. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-41-48>

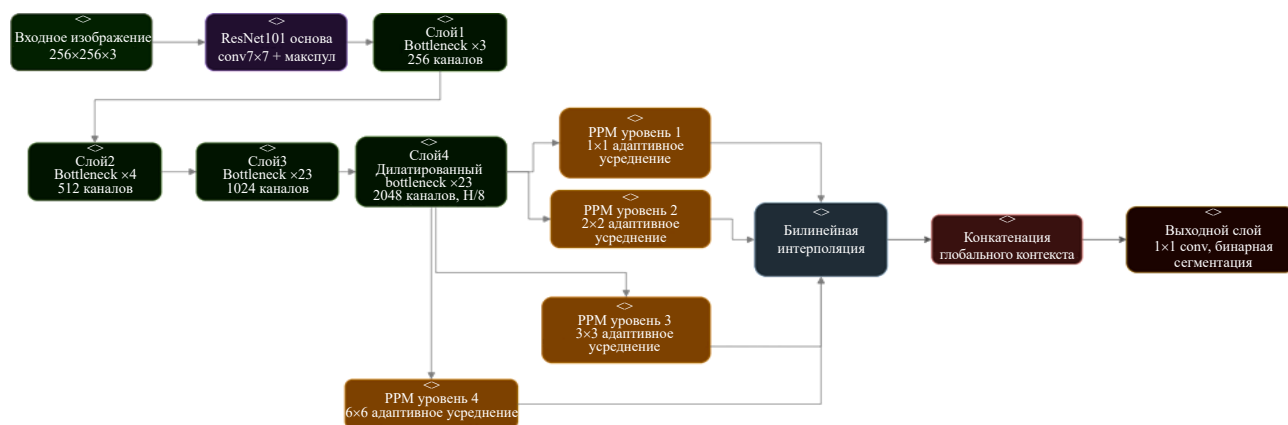
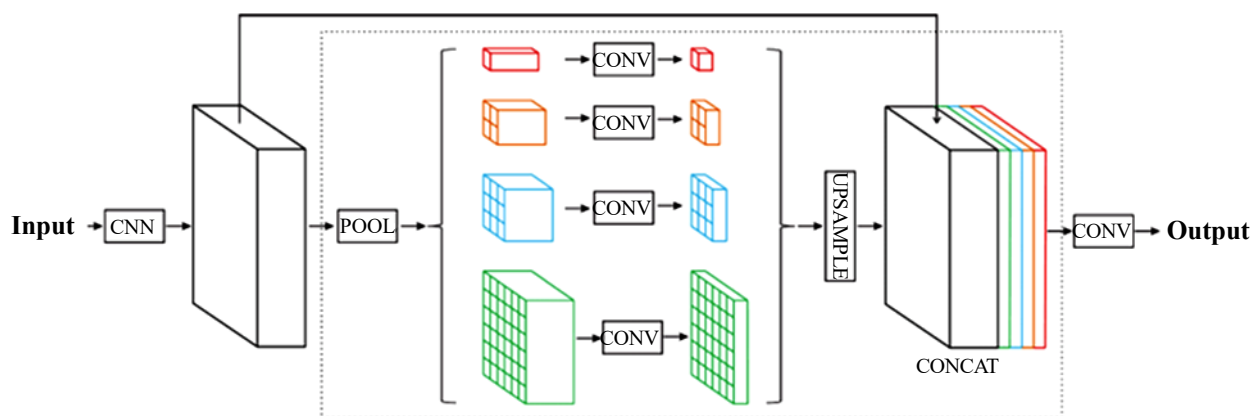
Введение. Семантическая сегментация, представляющая собой процесс попиксельной классификации изображений, относится к числу фундаментальных задач компьютерного зрения и находит широкое применение в различных областях, включая медицинскую диагностику и анализ данных дистанционного зондирования Земли [1–3]. Особую значимость данная задача приобретает при решении проблемы обнаружения нефтяных разливов на водной поверхности, поскольку точная локализация границ пятен необходима для количественной оценки масштабов загрязнения [4, 5].

В современных исследованиях предложен ряд архитектур семантической сегментации, различающихся подходами к извлечению контекстной информации и агрегации признаков, среди которых следует выделить PSPNet и SMD-Net. Сравнительный анализ эффективности различных нейросетевых подходов является актуальной задачей, поскольку выбор архитектуры определяется компромиссом между точностью и вычислительной сложностью [6, 7]. Архитектура PSPNet основана на использовании глубокой магистральной сети ResNet101 с модулем пирамидального пулинга, обеспечивающим агрегацию глобального контекста на нескольких масштабах. SMD-Net характеризуется меньшей вычислительной сложностью и включает общую магистраль с двумя декодирующими, а также модули межзадачного взаимодействия. Кроме того, в работе рассматривается архитектура YOLO26l-seg, реализующая полигональную сегментацию на основе детектора YOLO и дообученная на том же наборе данных [8–12]. Следует отметить, что для обнаружения объектов на морской поверхности применяются также гибридные подходы, сочетающие локальные бинарные шаблоны и нейронные сети.

Целью настоящего исследования является сравнительный анализ архитектур *PSPNet*, *SMD-Net* и *YOLO26l-seg* по показателям точности сегментации нефтяных разливов, производительности и обобщающей способности. Актуальность работы обусловлена необходимостью повышения достоверности оценки масштабов загрязнения для задач экологического моделирования морских систем. Для достижения поставленной цели в работе проводится анализ архитектурных особенностей рассматриваемых моделей, выполняется экспериментальная оценка на наборе спутниковых снимков нефтяных разливов, осуществляется количественное сопоставление результатов по метрикам *IoU*, *Dice*, *accuracy*, времени вывода и числу параметров, а также определяется наиболее эффективная архитектура для задачи бинарной сегментации нефтяных разливов.

Материалы и методы. В работе использован открытый набор спутниковых снимков нефтяных разливов, содержащий 2074 изображения с соответствующими масками сегментации. Маски представлены в полутоновом формате; для бинарной классификации они были приведены к виду «нефть» (значение >127) и «фон» (остальное) без дополнительной ручной корректировки. Исходное разрешение снимков — 512×512 пикселей, перед подачей в модели все изображения были изменены в размере до 256×256 . Выборка разделена на обучающую (2000 изображений) и тестовую (74 изображения) части. Аугментация данных не применялась, чтобы обеспечить идентичность условий для всех моделей.

PSPNet — архитектура семантической сегментации на основе *ResNet101* с модулем пирамидального пулинга (*PPM*). Модуль *PPM* выполняет адаптивное усреднение на четырёх уровнях (1×1 , 2×2 , 3×3 , 6×6) с последующей билинейной интерполяцией и конкатенацией, обеспечивая агрегацию глобального контекста на различных масштабах. Выходной слой — свёртка 1×1 с числом каналов, равным числу классов (в данной работе — 1 класс для бинарной сегментации разливов нефти). Модель обучена в течение пятидесяти эпох на 2000 снимках по существующим маскам набора данных, приведённым к бинарному виду, без дополнительной ручной разметки. Входное разрешение — 256×256 пикселей. Детально архитектура модели продемонстрирована на рис. 1 и 2.

Рис. 1. Схема *PSPNet*Рис. 2. Архитектура *PSPNet*

SMD-Net — архитектура семантической сегментации на базе общей магистрали с двумя декодировщиками [13]. Содержит модули *CTGM* (межадачный обмен признаками между декодировщиками), *CoordAtt* (координатное внимание по вертикали/горизонтالي), *ECA* (эффективный канал привлечения внимания) и *ASPP* (свёртки с разными расширениями для многоуровневого контекста). Модель обучена для бинарной сегментации нефтяных разливов (1 класс) в течение пятидесяти эпох на 2000 снимках с использованием *AMP* (автоматическая смешанная точность). Входное разрешение — 256×256 пикселей.

Для количественной оценки качества сегментации использовались следующие метрики:

- *IoU* (*Intersectionover Union*): показывает долю перекрытия предсказанной области с истинной:

$$IoU = TP / (TP + FP + FN); \quad (1)$$

- *Dice* (коэффициент Сёренсена): удвоенная доля перекрытия относительно суммы размеров предсказанной и истинной областей; эквивалентен *F1* мере:

$$Dice = 2*TP / (2*TP + FP + FN); \quad (2)$$

- *Accuracy* (пиксельная точность): доля пикселей, правильно отнесённых к фону или объекту:

$$Acc = (TP + TN) / (TP + TN + FP + FN). \quad (3)$$

Для *PSPNet* и *SMD-Net* использовались следующие гиперпараметры: оптимизатор — *AdamW*; начальная скорость обучения — $1E-3$ с косинусным затуханием до $1E-5$; функция потерь — комбинация бинарной кросс-энтропии и коэффициента Дайса (*BCE+Dice*); размер батча — 16; количество эпох — 50. Для ускорения вычислений применялась автоматическая смешанная точность (AMP). Все эксперименты выполнены на GPU NVIDIA A100 (40 ГБ) с использованием фреймворка *PyTorch* 2.0. Для *YOLO26l-seg* использовались стандартные настройки из репозитория Ultralytics с дообучением в течение 50 эпох на том же наборе данных.

PSPNet и *SMD-Net* обучались с разрешением 256×256 , функцией потерь *BCE+Dice*, оптимизатором *AdamW* и косинусным затуханием скорости обучения, с использованием AMP.

Для измерения времени инференса проводилось 100 замеров на одном изображении после запуска. Архитектура модели *SMD-Net* проиллюстрирована на рис. 3.

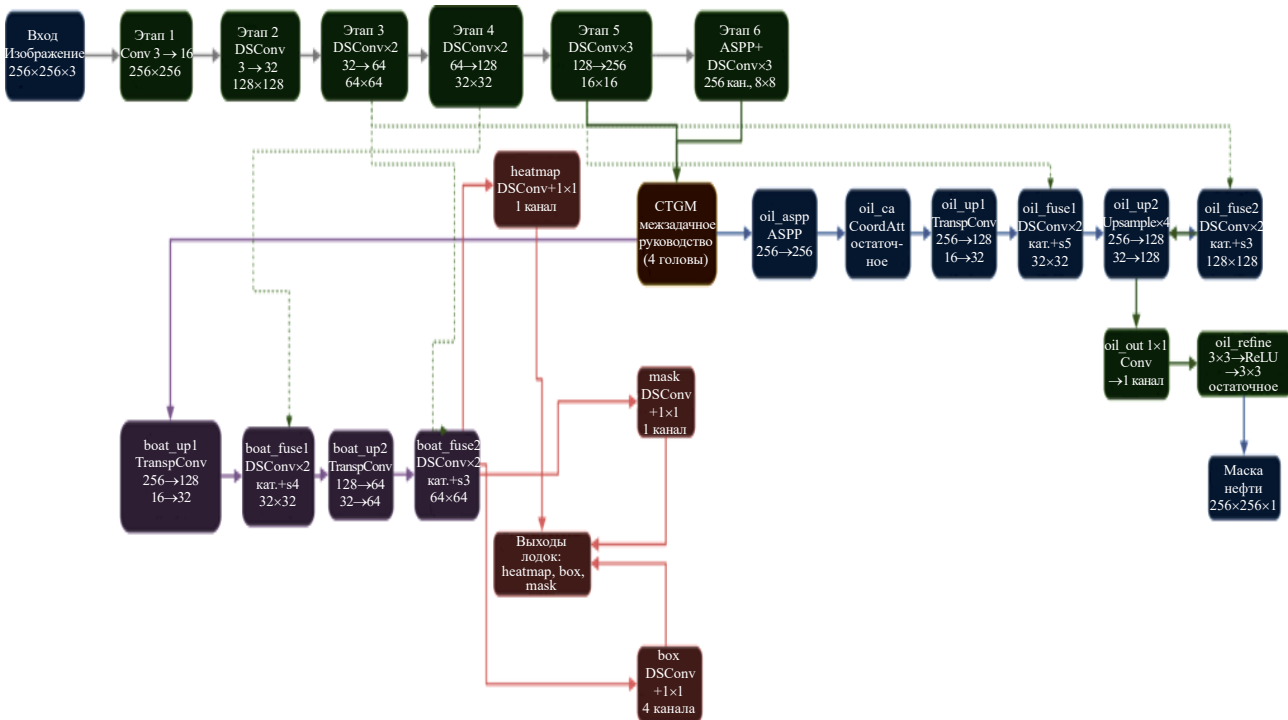


Рис. 3. Архитектура *SMD-Net*

YOLO26l-seg — архитектура полигональной сегментации (instancesegmentation) на базе детектора *YOLO26*. В отличие от моделей полной семантической сегментации (*PSPNet*, *SMD-Net*), *YOLO26l-seg* решает задачу выделения контуров отдельных объектов с помощью полигонов, а не попиксельных масок.

Архитектура *YOLO26l-seg* включает три основных компонента:

1. Магистраль (*Backbone*) — модифицированный *CSPDarknet* с блоками *C2f*, обеспечивающий многоуровневое извлечение признаков (*P3*, *P4*, *P5*) при разрешениях 80×80 , 40×40 , 20×20 соответственно. Магистраль предварительно обучена на наборе данных *COCO*.

2. Шея (*Neck*) — *PAN-FPN* (*Path Aggregation Network with Feature Pyramid Network*), выполняющий агрегацию признаков с разных уровней магистралей для улучшения детекции объектов разных масштабов.

3. Голова (*Head*) — многоцелевой головной алгоритм с тремя ветвями: классификация (*cls*), регрессия *boudingbox* (*reg*) и сегментация (*seg*). Ветвь сегментации генерирует прототипы масок и коэффициенты их комбинации, формируя полигональное представление контуров обнаруженных объектов.

При стандартном пороге достоверности (*conf* = 0,25) модель детектирует нефть лишь в 23 % тестовых изображений, что приводит к низким средним метрикам. При снижении порога до *conf* = 0,001 детекция происходит в

86 % изображений и пиксельные метрики возрастают: $IoU = 0,320$, $Dice = 0,414$, $Accuracy = 0,541$. Это свидетельствует о том, что *YOLO* способна выделять нефтяные пятна, однако уступает архитектурам полной семантической сегментации из-за полигонального представления масок и нестабильности детекции на разнородных сценах [14]. Архитектура *YOLO26-Seg* представлена на рис. 4.

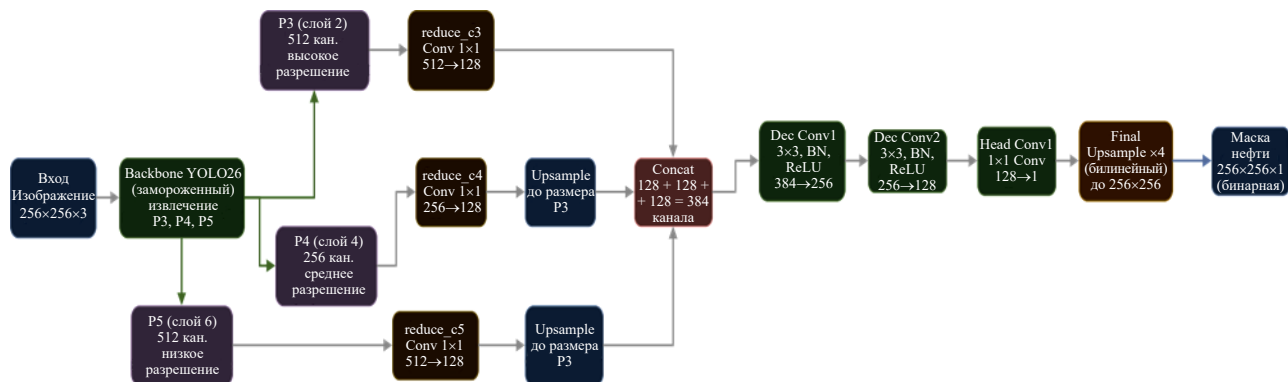


Рис. 4. Архитектура модели *YOLO26-Seg*

Результаты исследования. Количественные результаты сравнительного анализа представлены в таблице 1.

Таблица 1

Сравнительные метрики архитектур семантической сегментации

Модель	Параметры	Время, мс	IoU	$Dice$	$Accuracy$
<i>PSPNet</i>	57,4М	25,4	0,704	0,770	0,896
<i>SMD-Net</i>	5,8М	16,9	0,467	0,575	0,671
<i>YOLO26l-seg ft</i>	31,4М	35,0	0,320	0,414	0,541

Все модели обучены на одинаковом наборе данных с бинарной разметкой нефть/фон по существующим маскам набора, без ручной разметки [15]. *PSPNet* и *SMD-Net* обучались при идентичных условиях (50 эпох, 2000 снимков, разрешение 256×256). *PSPNet* значительно превосходит *SMD-Net*: $IoU = 0,704$ против $0,467$ (+50,7 %), $Dice = 0,770$ против $0,575$ (+33,9 %), $Accuracy = 0,896$ против $0,671$ (+33,5%). *YOLO26l-seg* показал $IoU = 0,320$ — ниже *PSPNet*, но при сниженном пороге достоверности [5].

Результаты сегментации. Результаты работы моделей показаны на рис. 5–7.

Значительное превосходство *PSPNet* ($IoU = 0,704$ против $0,467$ у *SMD-Net*) объясняется использованием глубокой магистрали *ResNet101* и модуля пирамидального пулинга (*PPM*). *PPM* обеспечивает агрегацию контекстной информации на четырёх масштабах, что критически важно для сегментации полупрозрачных объектов с размытыми границами, таких как нефтяные плёнки на водной поверхности. *SMD-Net*, несмотря на наличие модулей внимания (*CoordAtt*, *ECA*) и *ASPP*, уступает из-за меньшей ёмкости магистрали, что приводит к повышенной частоте ложных срабатываний на участках с бликами и волнением.

Более высокая скорость инференса (16,9 мс против 25,4 мс у *PSPNet*) и меньший объём параметров (5,8 млн против 57,4 млн) делают *SMD-Net* привлекательной для мобильных систем, однако в задачах экологического мониторинга, где цена ошибки высока, потеря точности на 33,9 % по $Dice$ не компенсируется выигрышем в производительности.

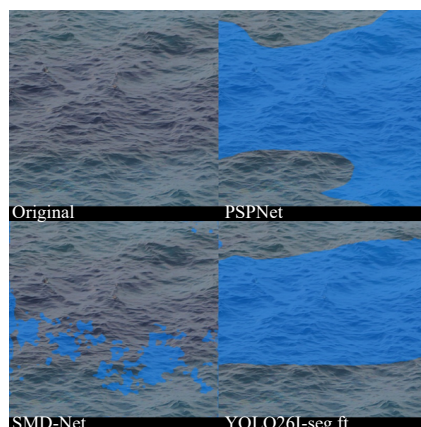


Рис. 5. Результат работы модели 1

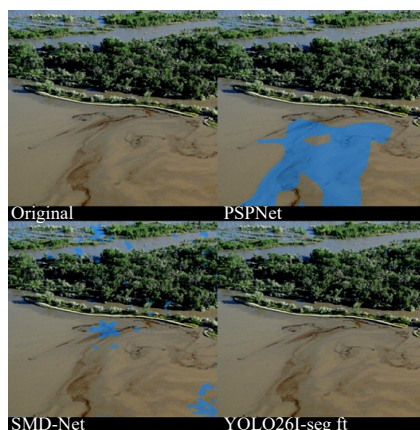


Рис. 6. Результат работы модели 2

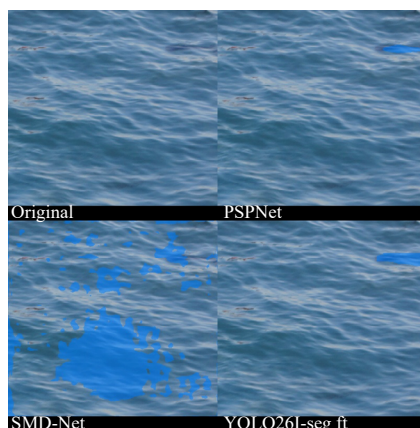


Рис. 7. Результат работы модели 3

Модель *YOLO26l-seg* изначально предназначена для обнаружения и полигональной сегментации отдельных объектов (*instancesegmentation*). В задаче сплошной бинарной маски «нефть/фон» её полигональное представление избыточно и приводит к потере мелких деталей. Снижение порога уверенности до 0,001 — это артефакт подгонки, который повышает полноту, но резко увеличивает число ложных срабатываний (что подтверждается низким значением *Accuracy* = 0,541). Кроме того, время инференса *YOLO* (35 мс) выше, чем у *PSPNet*, что делает её неконкурентоспособной.

Обсуждение. Выбор архитектуры для сегментации нефтяных разливов определяется компромиссом между точностью и скоростью: *PSPNet* обеспечивает наилучшее качество, *SMD-Net* проигрывает по всем метрикам, а *YOLO26-SemSeg* не способен определять разливы нефтяных пятен без обучения.

Заключение. В работе выполнен сравнительный экспериментальный анализ трёх архитектур семантической сегментации (*PSPNet*, *SMD-Net*, *YOLO26l-seg*) для задачи обнаружения нефтяных разливов на спутниковых снимках. Все модели обучались в идентичных условиях на одном наборе данных с автоматически сгенерированными бинарными масками [16–17].

Установлено, что архитектура *PSPNet* на основе *ResNet101* и пирамидального пулинга обеспечивает наибольшую точность бинарной сегментации, значительно превосходя *SMD-Net* и *YOLO26l-seg* по всем пиксельным метрикам. *SMD-Net*, несмотря на высокую скорость работы, демонстрирует неприемлемый для экологических задач уровень ложных срабатываний. *YOLO26l-seg*, даже после дообучения, не подходит для попиксельной классификации из-за своей полигональной природы.

Таким образом, выбор архитектуры определяется требованиями к точности и скорости инференса: для бинарной сегментации нефтяных разливов оптимальным решением является *PSPNet*, значительно превосходящий *SMD-Net* по всем метрикам.

Список литературы / References

1. Сухинов А.И., Никитина А.В., Чистяков А.Е. Использование многоканальных космических снимков для предсказательного моделирования процессов «цветения» фитопланктонных водорослей в мелководных водоемах на супер-ЭВМ. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2017;1(2):128–140. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2017-2-128-140>

Sukhinov A.I., Nikitina A.V., Chistyakov A.E. Using multichannel satellite images for predictive modelling the “bloom” phytoplankton processes in shallow waters on supercomputer. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2017;1(2):128–140. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2017-2-128-140>

2. Дунаева А.В., Корнилов Ф.А. Обнаружение строений на спутниковых снимках с использованием карты высот. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2017;1(2):185–193. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2017-2-185-193>

Dunaeva A.V., Kornilov F.A. Building detection in remote sensing images using a digital surface model. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2017;1(2):185–193. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2017-2-185-193>

3. Щетинин Е.Ю., Шевчук А.А. Семантическая сегментация с оценкой неопределённости на основе модели Дирихле и анизотропной регуляризации. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(1):7–20. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-1-7-20>

Shchetinin E.Yu., Shevchuk A.A. Semantic segmentation with uncertainty estimation based on the Dirichlet model and anisotropic regularization. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(1):7–20. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-1-7-20>

4. Сухинов А.И., Соломаха Д.А., Сидорякина В.В. Обнаружение разливов нефти на основе усовершенствованных LBP-нейроалгоритмов для зашумленных космических снимков. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(1):58–71. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-1-58-71>

Sukhinov A.I., Solomakha D.A., Sidoryakina V.V. Oil spill detection based on advanced LBP neuroalgorithms for noisy satellite images. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(1):58–71. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-1-58-71>

5. Сухинов А.И. Усовершенствованный метод распознавания объектов морских и прибрежных систем на основе комбинации метода локальных бинарных шаблонов и нейросетевых. *Вычислительные методы и программирование*. 2025;26(3):366–379. <https://doi.org/10.26089/NumMet.v26r324>

Sukhinov A.I. An improved method for recognizing objects of marine and coastal systems based on a combination of local binary patterns and neural network methods. *Computational methods and programming*. 2025;26(3):366–379. (In Russ.) <https://doi.org/10.26089/NumMet.v26r324>

6. Васильев М.Е., Шалимов А.С., Савина О.А. Обзор версий YOLO: одноэтапная модель сверточной нейронной сети. *Universum: технические науки*. 2025;1(6): 36–46.

Vasiliev M.E., Shalimov A.S., Savina O.A. Review of YOLO versions: Single-stage convolutional neural network model. *Universum: Technical Sciences*. 2025;1(6): 36–46.

7. Стецюк В.О. Применение модификации сеточно-характеристического метода с использованием наложенных сеток для явного выделения границы раздела сред при моделировании рельефа океанического шельфа. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023;7(3):20–27. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-7-3-20-27>

Stetsiuk V.O. Application of a modification of the grid-characteristic method using superimposed grids to explicitly distinguish the interface of media in modeling the relief of the oceanic shelf. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023;7(3):20–27. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-7-3-20-27>

8. Документация для модели yolov8l-world. URL: <https://docs.ultralytics.com/ru/models/yolo-world/> (дата обращения: 16.04.2026).

Documentation for the yolov8l-world model. URL: <https://docs.ultralytics.com/ru/models/yolo-world/> (accessed: 16.04.2026).

9. Документация для модели yolov8l-obb. URL: <https://docs.ultralytics.com/ru/tasks/obb/> (дата обращения: 16.04.2026).

Documentation for the yolov8l-obb model. URL: <https://docs.ultralytics.com/ru/tasks/obb/> (accessed: 16.04.2026).

10. Бурмистров С.А. Работа с YOLOV8. Детекция, сегментация, трекинг объектов, а также подготовка собственного датасета и обучение. URL: <https://habr.com/ru/articles/821971/> (дата обращения: 16.04.2026).

Burmistrov S.A. Working with YOLOV8. Detection, segmentation, tracking of objects, as well as preparation of your own dataset and training. URL: <https://habr.com/ru/articles/821971/> (accessed: 16.04.2026).

11. Gallagher J., Skalski P. How to Detect Objects with YOLO-World. URL: <https://blog.roboflow.com/how-to-detect-objects-with-yolo-world/> (дата обращения: 16.04.2026).

12. Сухинов А.А., Остроброд Г.Б. Эффективная детекция лиц на многоядерном процессоре Epiphany. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2017;1(1):1–13.

Sukhinov A.A., Ostrobrod G.B. Effective face detection on an Epiphany multicore processor. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2017;1(1):1–13. (In Russ.)

13. Захарова А.А., Небаба С.Г. Применение метода вычитания фона и алгоритма Виолы-Джонса для увеличения скорости трекинга лиц в системе распознавания личности. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2018;2(1):25–32. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2018-2-1-25-32>

Zakharova A.A., Nebaba S.G. Application of the background subtraction method and the Viola-Jones algorithm to increase the speed of face tracking in the personality recognition system. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2018;2(1):25–32. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2018-2-1-25-32>

14. Сухинов А.И., Панасенко Н.Д. Сравнительное исследование нейронных и локально-бинарных алгоритмов идентификации изображений планктонных популяций. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2022;6(2):70–80. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2022-1-2-70-80>

Sukhinov A.I., Panasencko N.D. Comparative investigation of neural and locally binary algorithms for image identification of plankton populations. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2022;6(2):70–80. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2022-1-2-70-80>

15. Хуснуллин Ш.Р., Коледина К.Ф., Алимбекова С.Р., Ишмуратов Ф.Г. Машинное обучение в анализе влияния электромагнитного поля на скорость коррозии и солеотложения нефтепромыслового оборудования. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023;7(1):70–76. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-6-1-70-76>

Khusnullin Sh.R., Koledina K.F., Alimbekova S.R., Ishmuratov F.G. Machine learning in the analysis of the influence of an electromagnetic field on the rate of corrosion and salt deposition of oilfield equipment. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023;7(1):70–76. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2023-6-1-70-76>

16. Панасенко Н.Д., Сухинов А.И. Программа распознавания разнородных объектов на поверхности морских и прибрежных систем на основе данных дистанционного зондирования. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ, № 2021617654. 2021. 16 с.

Panasenko N.D., Sukhinov A.I. A program for recognizing heterogeneous objects on the surface of marine and coastal systems based on remote sensing data. Certificate of state registration of the computer program No. 2021617654 Russian Federation. 2021.

17. Арзуманян Р.В., Сухинов А.И. Исследование влияния шаблона доступа к глобальной памяти графического процессора на производительность. *Вестник Донского государственного технического университета*. 2016;2(85):105–110. <https://doi.org/10.12737/19687>

Arzumanyan R.V., Sukhinov A.I. Investigation of the effect of the global GPU memory access pattern on performance. *Bulletin of the Don State Technical University*. 2016;2(85):105–110. (In Russ.) <https://doi.org/10.12737/19687>

Об авторах:

Игорь Александрович Усенко, аспирант Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), [SPIN-код](#), usenkoigor01@gmail.com

Денис Анатольевич Соломаха, аспирант Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), [SPIN-код](#), solomakha.05@yandex.ru

Олеся Владимировна Колгунова, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры прикладной математики и информатики Северо-Осетинского государственного университета (362025, Российская Федерация, г. Владикавказ, ул. Ватутина, 44–46), [ORCID](#), [SPIN-код](#), kolev2003@mail.ru

Заявленный вклад авторов:

И.А. Усенко: разработка программного обеспечения; проведение экспериментов; формулировка достигнутых результатов и описание их значимости.

Д.А. Соломаха: постановка задачи; формулировка идей исследования, целей и задач; разработка методологии.

О.В. Колгунова: курирование данных; деятельность по аннотированию.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Igor A. Usenko, Graduate student at Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), usenkoigor01@gmail.com

Denis A. Solomakha, Graduate student at Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), solomakha.05@yandex.ru

Olesya V. Kolgunova, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Senior Lecturer at the Department of Applied Mathematics and Computer Science, North Ossetian State University (44–46, Vatulina St., Vladikavkaz, 362025, Russian Federation), [ORCID](#), [SPIN-code](#), kolev2003@mail.ru

Contributions of the authors:

I.A. Usenko: software development; conducting experiments; formulating the achieved results and describing their significance.

D.A. Solomakha: defining the task; formulating research ideas, goals and objectives; developing the methodology.

O.V. Kolgunova: data curation; annotation activities.

Conflict of Interest Statement: the authors declare no conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 29.04.2026

Поступила после рецензирования / Reviewed 21.05.2026

Принята к публикации / Accepted 16.06.2026

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

INFORMATION TECHNOLOGIES



УДК 528.85:631.459:004.8

Оригинальное эмпирическое исследование

<https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-49-57>


Индексный алгоритм детекции признаков водной эрозии почв по мультиспектральным данным *Sentinel-2* и его верификация на натурных данных территорий Ростовской области и Краснодарского края

В.А. Благин^{ID}, В.А. Берая^{ID}

Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

✉ blagin.inbox@gmail.com

Аннотация

Введение. Работа посвящена разработке и валидации индексного алгоритма выявления признаков водной эрозии почв по данным дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) *Sentinel-2*, рассматриваемого как первый практический этап построения гибридной физико-математической модели переноса массы с нейросетевой параметрической идентификацией.

Материалы и методы. Алгоритм основан на совместном анализе временных рядов вегетационного индекса *NDVI* и индекса оголенности почвы *BSI* с последующей детекцией пространственных изменений (ΔBSI) с пороговой фильтрацией по 90-му процентиллю. Работоспособность алгоритма проверена на модельных (синтетических) данных, после чего проведена верификация на натурных данных — реальных снимках *Sentinel-2* для двух тестовых территорий — Каменского района Ростовской области и окрестностей с. Молдаванское Крымского района Краснодарского края — с временным охватом 10 дат за 2024 год.

Результаты исследования. Авторами установлено, что алгоритм устойчиво выделяет пространственно-локализованные зоны роста оголенности почвы.

Обсуждение. Определено ограничение метода, связанное с неразличимостью эрозионного и агротехнического происхождения оголения, а также намечены пути его устранения (привязка к цифровой модели рельефа, многолетний анализ).

Заключение. Разработан и валидирован индексный алгоритм детекции признаков водной эрозии почв по временным рядам мультиспектральных снимков *Sentinel-2*, основанный на совместном анализе индексов *NDVI* и *BSI* с пространственной детекцией изменений. Алгоритм верифицирован на модельных данных и применен к реальным снимкам для двух тестовых территорий юга России, что подтвердило его работоспособность при одновременном выявлении принципиального ограничения — неразличимости эрозионного и агротехнического происхождения оголения почвы в пределах одного сезона наблюдений.

Ключевые слова: дистанционное зондирование Земли, *Sentinel-2*, водная эрозия почв, вегетационный индекс *NDVI*, индекс оголенности почвы *BSI*, детекция изменений, математическое моделирование, нейросетевая идентификация параметров

Для цитирования. Благин В.А., Берая В.А. Индексный алгоритм детекции признаков водной эрозии почв по мультиспектральным данным *Sentinel-2* и его верификация на натурных данных территорий Ростовской области и Краснодарского края. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(3):49–57. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-49-57>

An Index-Based Algorithm for Detecting Water Soil Erosion Indicators from *Sentinel-2* Multispectral Data and Its Verification on Field Data of Rostov Oblast and Krasnodar Krai

Vyacheslav A. Blagin^{ID}, Vladimir A. Beraia^{ID}

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

✉ blagin.inbox@gmail.com

Abstract

Introduction. The paper presents the development and testing of an index-based algorithm for detecting indicators of soil erosion by water from *Sentinel-2* remote sensing data, considered as the first practical stage in constructing a hybrid physics-based mass-transport model with neural-network parameter identification.

Materials and Methods. The algorithm relies on joint analysis of time series of the Normalized Difference Vegetation Index (*NDVI*) and the Bare Soil Index (*BSI*), followed by spatial change detection (ΔBSI) with threshold filtering at the 90th percentile. The algorithm was first validated on synthetic data and then applied to real *Sentinel-2* imagery for two test sites — the Kamensky District of Rostov Oblast and the vicinity of Moldovanskoye village, Krymsky District, Krasnodar Krai — covering 10 dates within 2024.

Results. The algorithm is shown to consistently identify spatially localised zones of increasing bare-soil exposure.

Discussion. A key limitation – the inability to distinguish erosion-related exposure from ordinary agrotechnical bare soil — is discussed, along with directions for resolving it (digital elevation model overlay, multi-year analysis).

Conclusion. An index-based algorithm for detecting indicators of water-induced soil erosion from *Sentinel-2* multispectral time series was developed and validated. Verification on synthetic data and application to two real test areas in southern Russia confirmed its operability while demonstrating the need to separate erosion-related changes from agricultural soil exposure in subsequent model development.

Keywords: remote sensing, *Sentinel-2*, water soil erosion, *NDVI* vegetation index, *BSI* bare soil index, change detection, mathematical modelling, neural network parameter identification

For Citation. Blagin V.A., Beraia V.A. An Index-Based Algorithm for Detecting Water Soil Erosion Indicators from *Sentinel-2* Multispectral Data and Its Verification on Field Data of Rostov Oblast and Krasnodar Krai. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2026;10(3);49–57. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2026-10-3-49-57>

Введение. Водная эрозия почв (плоскостная и овражная) остается одной из наиболее значимых угроз сельскохозяйственному потенциалу черноземных территорий юга России. Традиционные методы почвенно-эрозийного картографирования (крупномасштабные полевые обследования, картосхемы генерализованного масштаба) не обеспечивают оперативности, необходимой для мониторинга динамики процесса, тогда как данные дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) со спутников *Sentinel-2* позволяют получать регулярные (раз в 5 дней) мультиспектральные снимки территории с пространственным разрешением 10 м/пиксель на бесплатной основе.

Задача настоящего исследования формулируется как построение гибридной модели, сочетающей физико-математическое описание переноса массы и нейросетевую идентификацию параметров этой модели по данным ДЗЗ. Настоящая работа представляет результаты первого этапа: разработку и валидацию индексного алгоритма извлечения признаков эрозии из снимков *Sentinel-2*, который в дальнейшем послужит источником входных данных для нейросетевого идентификатора параметров физической модели.

Анализ публикаций в области компьютерных наук показал, что исследований, в которых были бы одновременно объединены физико-математическая модель переноса массы, нейросетевая идентификация параметров и данные ДЗЗ применительно к водной эрозии почв, ранее не проводилось. Близкие по методологии работы ведутся в трех направлениях, не перекрывающих друг друга:

- модели транспорта наносов в прибрежных системах на основе схем расщепления и экономичных параллельных алгоритмов [1–3];
- нейросетевые методы обработки спутниковых снимков для мониторинга водоемов и прибрежных систем [4];
- применение *RUSLE/USLE* и их модификаций совместно с ДЗЗ и машинным обучением для оценки эрозийного риска [5–8].

Спектральные индексы (в первую очередь *NDVI* и *BSI*) являются стандартным входным слоем для моделей класса *RUSLE*+ДЗЗ [5, 6] и для гибридных *physics-informed* моделей, где нейросеть выступает идентификатором физических параметров по уже подготовленным, физически интерпретируемым полям наблюдений [9–12]. Отсюда следует, что построение и верификация временного ряда индексов *NDVI/BSI* с алгоритмом детекции изменений является необходимым предварительным этапом, предшествующим встраиванию нейросети в физико-математическую модель переноса массы. Соответствующая модель, ориентировочно основанная на уравнении диффузии-конвекции-реакции для концентрации взвешенного вещества $c(x, y, z, t)$ и уравнении неразрывности твердой фазы для динамики поверхности (аналогично [1, 2], адаптированному на склоновый сток через уравнения мелкой воды), рассматривается как объект дальнейших этапов исследования.

Материалы и методы.

1. Используемые данные. В работе используются мультиспектральные снимки *Sentinel-2* уровня обработки *L2A*, получаемые через сервис *Copernicus Data Space Ecosystem*. Для расчета индексов используются 5 спектральных каналов с разрешением 10 м/пиксель:

Таблица 1

Спектральные каналы *Sentinel-2*, используемые для расчёта индексов

Канал	Название	Длина волны
<i>B02</i>	Синий (<i>Blue</i>)	~490 нм
<i>B03</i>	Зеленый (<i>Green</i>)	~560 нм
<i>B04</i>	Красный (<i>Red</i>)	~665 нм
<i>B08</i>	Ближний ИК (<i>NIR</i>)	~842 нм
<i>B11</i>	Коротковолновый ИК (<i>SWIR</i>)	~1610 нм

2. Спектральные индексы. Индекс вегетации *NDVI* (*Normalized Difference Vegetation Index*) вычисляется как

$$NDVI = (B08 - B04) / (B08 + B04). \quad (1)$$

Индекс *NDVI* принимает значения от -1 до $+1$; высокие значения соответствуют здоровой растительности за счет резкого возрастания отражения в ближнем ИК-диапазоне относительно красного, обусловленного клеточной структурой листа.

Индекс оголенности почвы *BSI* (*Bare Soil Index*) вычисляется как

$$BSI = ((B11 + B04) - (B08 + B02)) / (B11 + B04) + (B08 + B02). \quad (2)$$

Положительные значения *BSI* характерны для открытой почвы (повышенное отражение в *SWIR* и красном диапазоне), отрицательные — для растительности и водных объектов.

3. Временной анализ и детекция изменений. Для разделения устойчивого эрозионного сигнала от сезонной агротехнической динамики (пар, жнивьё, вспашка) индексы (1)–(2) рассчитываются для временного ряда из N дат в пределах одного вегетационного сезона (в настоящей работе $N = 10$, шаг ~5 недель). Признаком вероятной эрозии считается не единичное низкое значение *NDVI*, а его стабильность на протяжении всего сезона на фоне сезонной динамики окружающих участков.

Пространственное изменение оголенности оценивается разностью ΔBSI между конечной и начальной датами наблюдения:

$$\Delta BSI = BSI(t_N) - BSI(t_1). \quad (3)$$

Перед вычислением разности (3) каждая карта *BSI* подвергается пространственному сглаживанию фильтром Гаусса для устранения пиксельного шума сенсора, не связанного с реальными пространственными структурами поверхности. Пиксели, для которых сглаженное значение ΔBSI превышает 90-й процентиль распределения по всей сцене, классифицируются как зоны вероятного активного расширения эрозии.

4. Обобщенный алгоритм.

1. Формирование временного ряда из N снимков *Sentinel-2* одного участка за вегетационный сезон.
2. Расчет индексов *NDVI* (1) и *BSI* (2) для каждой даты по всем пикселям сцены.
3. Анализ сезонной динамики *NDVI* для отделения устойчиво низких значений (потенциальная эрозия) от временного снижения, обусловленного агротехникой.
4. Расчет разности ΔBSI (3) между конечной и начальной датами.
5. Пространственное сглаживание карты ΔBSI фильтром Гаусса.
6. Пороговая классификация: выделение пикселей с ΔBSI выше 90-го процентиля как зон вероятной эрозии.

Результаты исследования.

1. Верификация алгоритма на модельных данных. Перед применением к реальным снимкам алгоритм был верифицирован на синтетически сгенерированной сцене, воспроизводящей поле с извилистой балкой: задавались сезонная динамика вегетации на поле и контролируемое расширение оголенной зоны по краям балки в течение года. Результаты (рис. 1) показывают, что итоговая маска детекции (шаг 6 алгоритма) корректно локализуется вдоль краев балки — именно там, где было задано расширение оголенности, что подтверждает корректность реализации алгоритма независимо от качества входных данных.

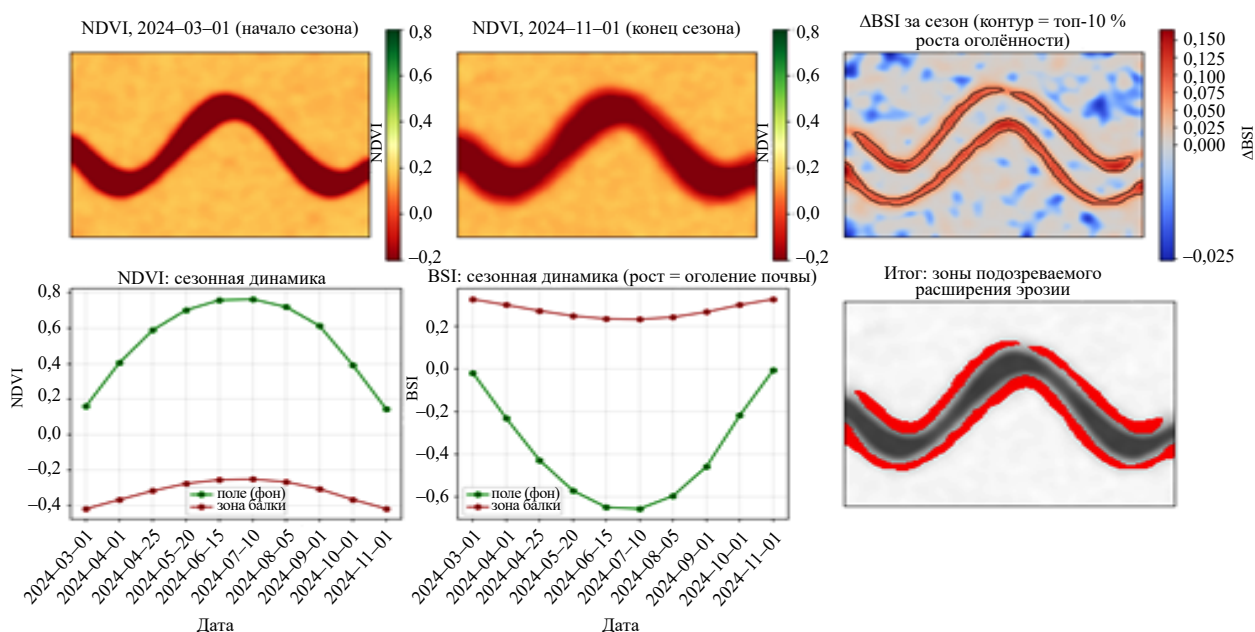


Рис. 1. Верификация алгоритма на модельных данных:
 $NDVI$ на начало и конец сезона, карта ΔBSI с детекцией, временные ряды $NDVI/BSI$ для зоны балки и фона, итоговая маска зон роста эрозии

2. Верификация на натуральных данных: Каменский район Ростовской области. Тестовый полигон площадью $\sim 10 \times 8$ км расположен в зоне Донецкого кряжа (48.28° с. ш., 40.20° в. д.) — типичный эрозионно-опасный участок с выраженной балочно-овражной сетью. По результатам расчета (рис. 2) средний $NDVI$ по кадру демонстрирует характерный для озимых культур профиль: рост с 0,10 в марте до пика 0,59 в конце апреля с последующим снижением к 0,13 в ноябре (уборка и последующая обработка почвы). Карта ΔBSI выделяет компактные кластеры роста оголенности, пространственно совпадающие с отдельными сельскохозяйственными полями.

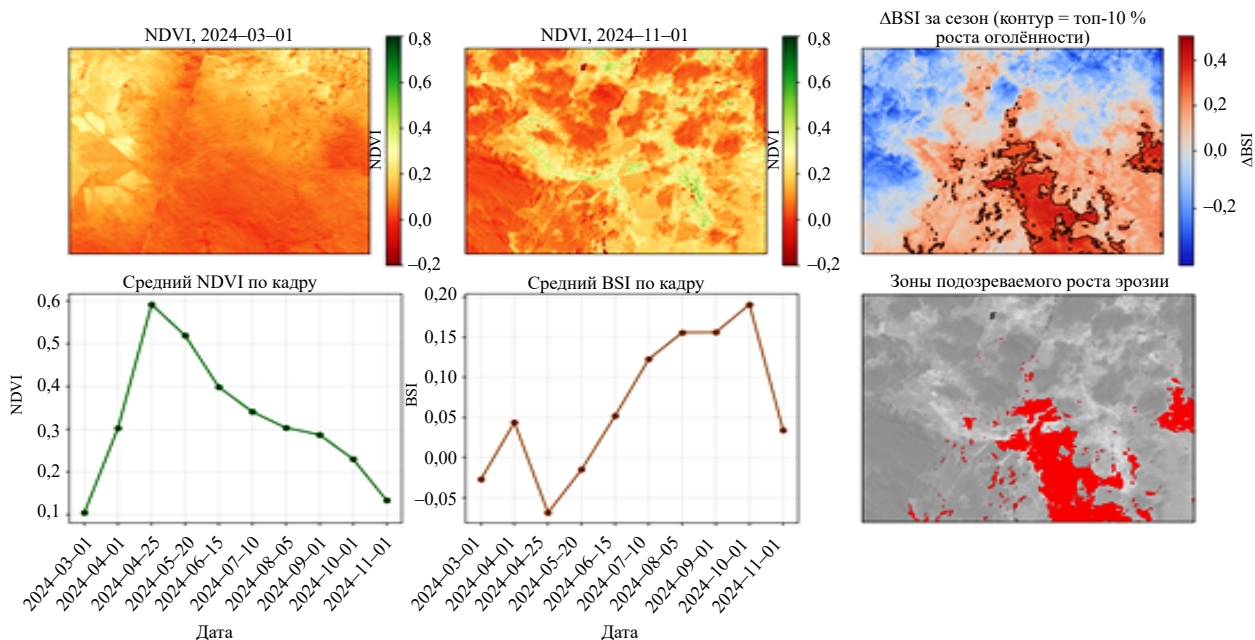


Рис. 2. Результаты применения алгоритма к данным *Sentinel-2* для Каменского района Ростовской области (2024 г.)

Форма выделенных зон (компактные пятна в пределах контуров полей, а не вытянутые вдоль элементов рельефа структуры) указывает на вероятную агротехническую природу большей части обнаруженных изменений (уборка урожая, вспашка) наряду с возможным вкладом активной эрозии — различие этих двух причин по данным одного сезона ограничено.

3. Верификация на натуральных данных: с. Молдаванское, Крымский район, Краснодарский край. Второй тестовый полигон ($44,9458^\circ$ с. ш., $37,8703^\circ$ в. д., площадь $\sim 10 \times 8$ км) выбран для сопоставления результатов ал-

горитма на территории с иной структурой землепользования. Средний $NDVI$ здесь выше и стабильнее в течение сезона (пик 0,70, снижение к ноябрю лишь до 0,47), что указывает на присутствие многолетних насаждений наряду с пашней. Карта ΔBSI (рис. 3) показывает несколько крупных прямоугольных зон роста оголенности, по форме точно совпадающих с границами отдельных полей — это еще более явно, чем для первого полигона, указывает на агротехническую природу изменений.

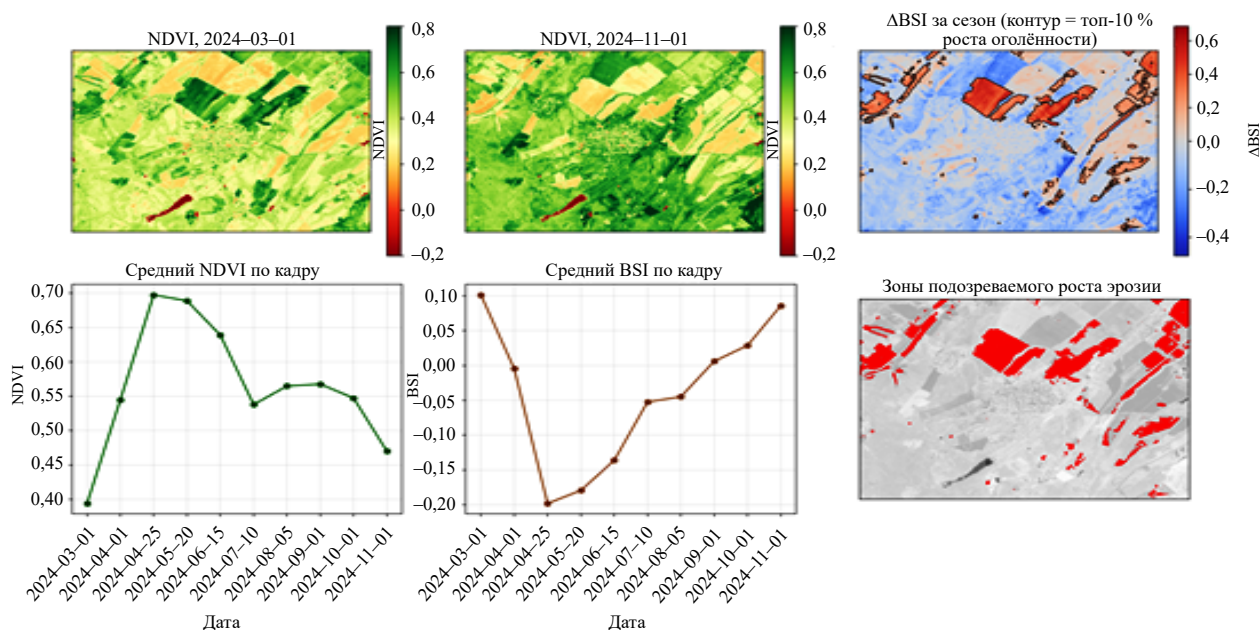


Рис. 3. Результаты применения алгоритма к данным *Sentinel-2* для окрестностей с. Молдаванское (2024 г.)

4. Иллюстрации данных дистанционного зондирования. На рис. 4, 5 приведена полная серия из 10 использованных снимков *Sentinel-2* за 2024 год для тестового полигона в Каменском районе в двух цветовых представлениях — натуральном (*True Color*, $R = B04$, $G = B03$, $B = B02$) и цветном инфракрасном (*False Color NIR*, $R = B08$, $G = B04$, $B = B03$), в котором растительность отображается красным, а оголенная почва — темными или голубоватыми тонами. Аналогичный набор данных получен и для тестового полигона у с. Молдаванское (использован при построении рис. 3).



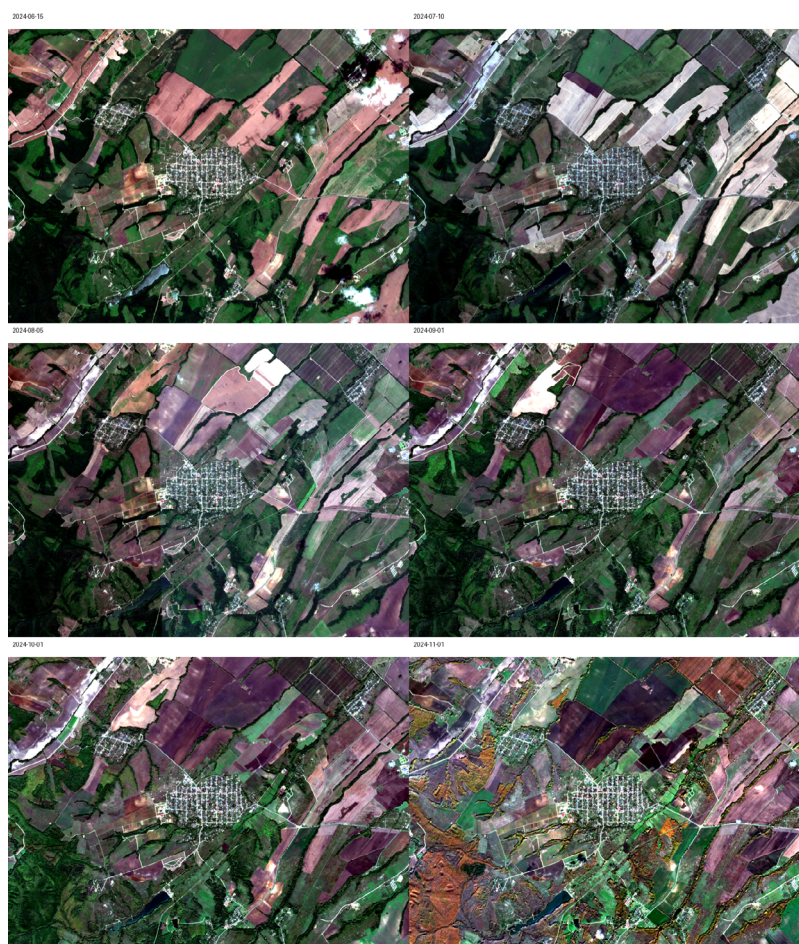
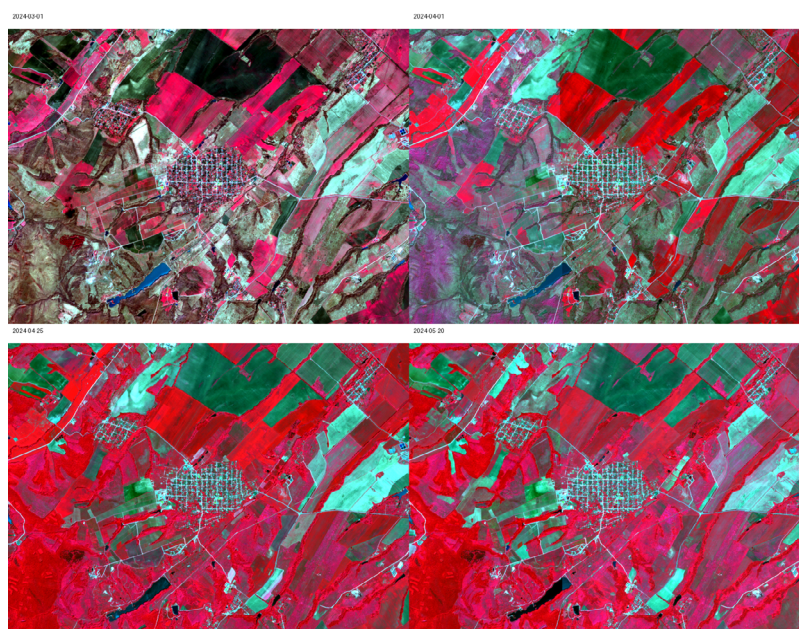


Рис. 4. Временной ряд снимков *Sentinel-2* для Каменского района, 2024 г.
(натуральный цвет, 10 дат)



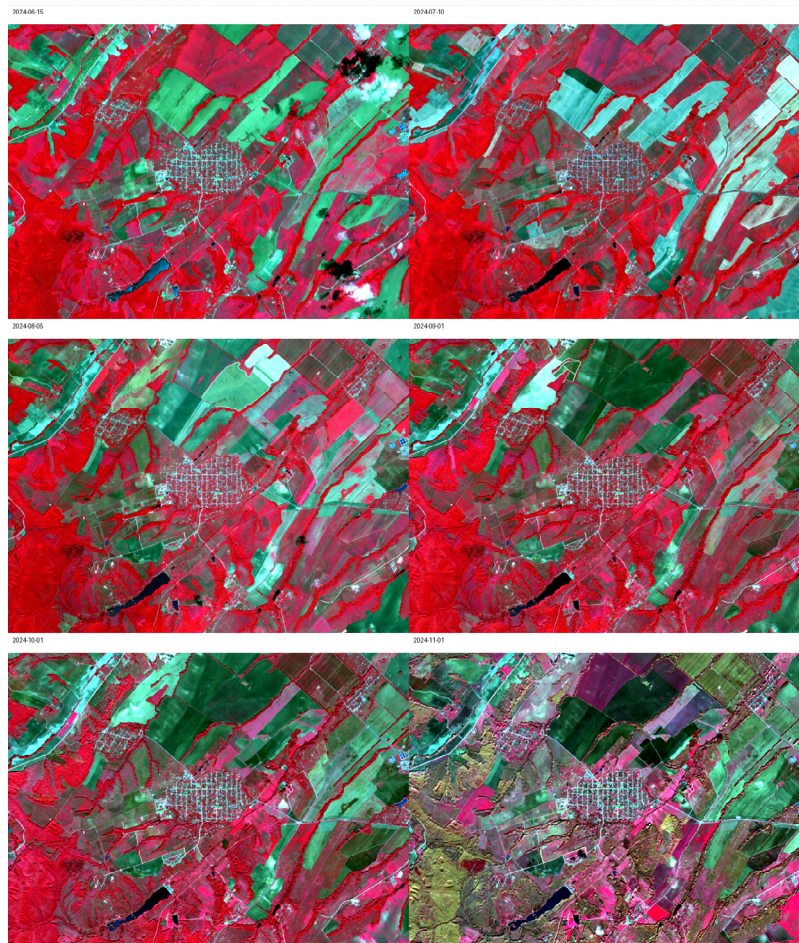


Рис. 5. Временной ряд снимков *Sentinel-2* для Каменского района, 2024 г.
(цветной инфракрасный композит, 10 дат)

Обсуждение. Верификация на натурных данных для двух территорий подтвердила работоспособность алгоритма: во всех случаях детекция дает пространственно локализованные, интерпретируемые структуры, а не случайный шум. Одновременно выявлено принципиальное ограничение используемого индексного подхода — невозможность различить оголение почвы, вызванное эрозией, и оголение вследствие обычной агротехники (уборка, вспашка, пар) в пределах одного вегетационного сезона, поскольку оба случая дают одинаковый рост *BSI*. Устранение этого ограничения предполагается за счет:

- перехода от одного сезона к многолетнему ряду наблюдений (устойчивый межгодовой рост *BSI* — более сильный признак эрозии, чем разовое сезонное изменение);
- совместного анализа с цифровой моделью рельефа (эрозия географически привязана к склонам и днищам балок, в отличие от регулярной агротехники);
- наложения границ сельскохозяйственных полей для исключения плановой агротехнической обработки из детекции.

Заключение. В работе разработан и валидирован индексный алгоритм детекции признаков водной эрозии почв по временным рядам мультиспектральных снимков *Sentinel-2*, основанный на совместном анализе индексов *NDVI* и *BSI* с пространственной детекцией изменений. Алгоритм верифицирован на модельных данных и применен к реальным снимкам для двух тестовых территорий юга России, что подтвердило его работоспособность при одновременном выявлении принципиального ограничения — неразличимости эрозионного и агротехнического происхождения оголения почвы в пределах одного сезона наблюдений.

Результаты настоящего этапа рассматриваются как источник входных данных для последующей идентификации параметров физико-математической модели переноса массы (в частности, коэффициента эродированности почвы или источникового члена уравнения диффузии-конвекции-реакции) посредством нейросетевого *physics-informed* компонента — что составляет предмет дальнейших исследований.

Список литературы / References

1. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко Е.А. Математическое моделирование транспорта наносов в прибрежной зоне мелководных водоемов. *Математическое моделирование*. 2013;25(12):65–82. <https://doi.org/10.1134/S2070048214040097>
- Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A. Mathematical modeling of sediment transport in the coastal zone of shallow reservoirs. *Mathematical Modelling*. 2013;25(12):65–82. (In Russ.) <https://doi.org/10.1134/S2070048214040097>
2. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко Е.А., Сидорякина В.В., Проценко С.В. Комплекс объединенных моделей транспорта наносов и взвесей с учетом трехмерных гидродинамических процессов в прибрежной зоне. *Математическое моделирование*. 2020;32(2):3–23. <https://doi.org/10.20948/mm-2020-02-01>
- Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A., Sidoryakina V.V., Protsenko S.V. A complex of combined models for sediment and suspension transport considering three-dimensional hydrodynamic processes in the coastal zone. *Mathematical Modelling*. 2020;32(2):3–23. (In Russ.) <https://doi.org/10.20948/mm-2020-02-01>
3. Сухинов А.И., Чистяков А.Е. Адаптивный модифицированный попеременно-треугольный итерационный метод для решения сеточных уравнений с несамосопряженным оператором. *Математическое моделирование*. 2012;24(1):3–20. <https://doi.org/10.1134/S2070048212040084>
- Sukhinov A.I., Chistyakov A.E. Adaptive modified alternating triangular iterative method for solving grid equations with a non-self-adjoint operator. *Mathematical Modelling*. 2012;24(1):3–20. (In Russ.) <https://doi.org/10.1134/S2070048212040084>
4. Сухинов А.И., Соломаха Д.А. Усовершенствованный метод распознавания объектов морских и прибрежных систем на основе комбинации метода локальных бинарных шаблонов и нейросетевых технологий. *Вычислительные методы и программирование*. 2025;26(3):366–379. <https://doi.org/10.26089/NumMet.v26r324>
- Sukhinov A.I., Solomakha D.A. An improved method for recognizing objects of marine and coastal systems based on a combination of the local binary patterns method and neural network technologies. *Computational Methods and Programming*. 2025;26(3):366–379. (In Russ.) <https://doi.org/10.26089/NumMet.v26r324>
5. Ларионов Г.А. *Эрозия и дефляция почв: основные закономерности и количественные оценки*. М.: Изд-во МГУ; 1993. 198 с.
- Larionov G.A. *Soil erosion and deflation: main regularities and quantitative assessments*. Moscow: Moscow University Press; 1993. 198 p. (In Russ.)
6. Lanorte A., Cillis G., Calamita G., Nolè G., Pilogallo A., Tucci B. et al. Integrated approach of RUSLE, GIS and ESA Sentinel-2 satellite data for post-fire soil erosion assessment in Basilicata region (Southern Italy). *Geomatics, Natural Hazards and Risk*. 2019;10(1):1563–1595. <https://doi.org/10.1080/19475705.2019.1578271>
7. Samarinas N., Tsakiridis N.L., Kalopesa E., Zalidis G.C. Soil Loss Estimation by Water Erosion in Agricultural Areas Introducing Artificial Intelligence Geospatial Layers into the RUSLE Model. *Land*. 2024;13(2):174. <https://doi.org/10.3390/land13020174>
8. Senanayake S., Pradhan B., Alamri A., Park H.-J. A new application of deep neural network (LSTM) and RUSLE models in soil erosion prediction. *Science of the Total Environment*. 2022;845:157220. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2022.157220>
9. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*. 2019;378:686–707. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.045>
10. Tartakovsky A.M., Marrero C.O., Perdikaris P., Tartakovsky G.D., Barajas-Solano D. Physics-informed deep neural networks for learning parameters and constitutive relationships in subsurface flow problems. *Water Resources Research*. 2020;56(5):e2019WR026731. <https://doi.org/10.1029/2019WR026731>
11. Delcey M., Cheny Y., Keck J.-B., Gans A., Kiesgen de Richter S. Identification of settling velocity with physics informed neural networks for sediment laden flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2024;432:117389. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2024.117389>
12. Dahal A., Lombardo L. Towards physics-informed neural networks for landslide prediction. *Engineering Geology*. 2025;344:107852. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2024.107852>

Об авторах:

Вячеслав Анатолевич Благин, аспирант кафедры математики и информатики Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](https://orcid.org/0000-0001-9151-1000), blagin.inbox@gmail.com

Владимир Александрович Берая, аспирант кафедры математики и информатики Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](https://orcid.org/0000-0001-9151-1000), vberia@yandex.ru

Заявленный вклад авторов:

В.А. Благин: постановка задачи; разработка алгоритма; проведение расчётов.

В.А. Берая: подготовка данных; верификация; формулировка результатов.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Vyacheslav A. Blagin, Postgraduate Student of the Department of Mathematics and Informatics, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), blagin.inbox@gmail.com

Vladimir A. Beraia, Postgraduate Student of the Department of Mathematics and Informatics, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](#), vberia@yandex.ru

Contributions of the authors:

V.A. Blagin: problem statement; algorithm development; conducting calculations.

V.A. Beraia: data preparation; verification; formulation of results.

Conflict of Interest Statement: the authors declare no conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 06.06.2026

Поступила после рецензирования / Reviewed 06.07.2026

Принята к публикации / Accepted 25.08.2026